META-ŚWIAT STATYSTYKI: META-ANALIZA, META-REGRESJA I META-SEM W BADANIACH SPOŁECZNYCH

Adam Sagan, Uniwersytet Ekonomiczny w Krakowie.

Wprowadzenie

Współczesne nauki społeczne, medyczne oraz przyrodnicze coraz częściej korzystają z narzędzi umożliwiających integrację wyników uzyskiwanych w wielu niezależnych badaniach. Zróżnicowanie metodologiczne, rozproszenie źródeł wiedzy oraz niejednoznaczność wniosków z pojedynczych analiz sprawiają, że pojawia się potrzeba systematycznego podsumowania i ilościowej oceny dostępnych dowodów empirycznych. Jedną z najbardziej rozwiniętych i ugruntowanych procedur służących temu celowi jest meta-analiza, rozumiana jako statystyczna metoda syntezy wyników badań pierwotnych.

Meta-analiza

Meta-analiza to procedura badawczo-analityczna, której istotą jest ilościowa integracja danych uzyskanych w wielu niezależnych badaniach. Umożliwia ona bardziej precyzyjne oszacowanie efektu badanego czynnika oraz zwiększa wiarygodność wniosków wyprowadzanych na poziomie populacyjnym. Ma to szczególne znaczenie w sytuacjach, w których badacz nie dysponuje danymi surowymi, a jedynie wynikami zbiorczymi prezentowanymi w publikacjach.

W ujęciu statystycznym meta-analiza stanowi procedurę łączenia wyników pochodzących z różnych źródeł empirycznych, których wspólnym mianownikiem jest badanie tej samej zależności, choć często w odmiennych kontekstach, próbach czy warunkach

Copyright © StatSoft Polska 2025, info@StatSoft.pl

eksperymentalnych (Cleophas i Zwinderman, 2018). Kluczowym elementem tego podejścia jest obliczanie miar wielkości efektu (*effect size*), które pozwalają na ilościowe porównanie siły związku pomiędzy zmienną niezależną (np. zastosowaną interwencją) a zmienną zależną (efektem oddziaływania).

Meta-analiza jest traktowana jako element procesu systematycznego przeglądu literatury, obejmującego etapy formułowania problemu badawczego, systematycznego przeszukiwania literatury, oceny jakości badań pierwotnych, syntezy ilościowej oraz interpretacji i prezentacji wyników (The Handbook of Research Synthesis and Meta-Analysis, 2009). Meta-analiza jest w tym procesie etapem kluczowym, gdyż wprowadza narzędzia statystyczne, które umożliwiają przejście od jakościowego opisu wyników do ilościowego ich uogólnienia.

1. Przeprowadzenie meta-analizy jest związane ze spełnieniem następujących warunków: Jednorodność tematyczna – badania muszą dotyczyć tego samego problemu badawczego lub zbliżonych konstrukcji teoretycznych.

2. Porównywalność metodologiczna – konieczne jest zapewnienie, że różnice w projektach badawczych, próbach czy narzędziach pomiarowych nie uniemożliwiają syntetycznej analizy.

3. Kompletność danych – uwzględnione muszą być wszystkie istotne badania, a nie tylko te, które zostały opublikowane.

4. Istotność merytoryczna – badania powinny reprezentować wysoki poziom jakości danych, charakteryzujących się niskim poziomem błędu systematycznego.

Proces meta-analizy, przebiega w kilku podstawowych etapach:

1. Identyfikacja źródeł – zgromadzenie badań spełniających kryteria włączenia (rodzaj czasopisma, język publikacji, czas publikacji, kraj pochodzenia, rodzaj bibliograficznej bazy danych)

Copyright © StatSoft Polska 2025, info@StatSoft.pl

2. Ocena dostępności i jakości danych – selekcja publikacji i raportów (jakość publikacji, rodzaj recenzji, cytowalność, IF)

3. Określenie jednostki analizy – np. grupy uczestników, wskaźniki statystyczne,

4. Analiza statystyczna, w ramach której dokonuje się:

   a) Wyznaczenia wielkości efektu łącznego dla wybranego modelu statystycznego

   b) Oceny heterogeniczności (ang. *heterogeneity*) wyników,

   c) Oszacowania obciążenia publikacyjnego (ang. *publication bias*).

Podstawowym celem meta-analizy jest oszacowanie efektu łącznego na podstawie wyników pochodzących z wielu niezależnych badań. Kluczowym elementem tego procesu jest wybór odpowiedniego modelu statystycznego, który odzwierciedla przyjęte założenia dotyczące charakteru efektów badawczych w populacji. W literaturze wyróżnia się dwa podstawowe modele: model z efektem stałym (ang. *fixed effect model*, *common effect model*) oraz model z efektem zmiennym/losowym (ang. *random effects model*). Obydwa podejścia różnią się przyjmowanymi założeniami teoretycznymi, sposobem wyznaczania wag badań oraz interpretacją uzyskanego efektu łącznego. Model z efektem stałym zakłada, że wszystkie analizowane badania mierzą tę samą, rzeczywistą wartość efektu, a obserwowane różnice między wynikami wynikają wyłącznie z błędu losowego (Nikolakopoulou i in., 2014). Oznacza to, że wszelkie czynniki, które mogą wpływać na wartość efektu, są identyczne we wszystkich uwzględnionych badaniach. W takim ujęciu efekt łączny traktowany jest jako wspólny dla całej populacji badań. W praktyce statystycznej efekt łączny w modelu stałym wyznacza się na podstawie średniej ważonej efektów indywidualnych, przy czym wagi przypisywane poszczególnym badaniom są odwrotnościami wariancji ich wyników. Dzięki temu większą wagę zyskują badania charakteryzujące się wyższą precyzją pomiaru (mniejszą wariancją). Model z efektem stałym opiera się zatem na założeniu homogeniczności efektów, co oznacza, że heterogeniczność między badaniami nie jest

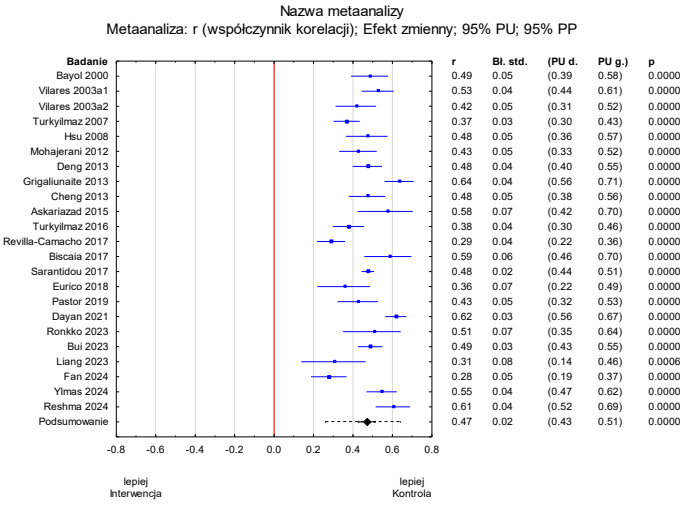
Copyright © StatSoft Polska 2025, info@StatSoft.pl

uwzględniana. Jest to podejście tradycyjne i prostsze obliczeniowo, ale mniej realistyczne w kontekście badań społecznych i medycznych, gdzie różnorodność próbek i kontekstów badawczych jest zjawiskiem powszechnym.

Alternatywą dla podejścia stałego jest model z efektem zmiennym, zwany również modelem efektów losowych. W tym przypadku zakłada się, że badania nie są jednorodne, lecz rzeczywiste efekty różnią się pomiędzy nimi. Zwykle przyjmuje się, że efekty te mają rozkład normalny wokół pewnej średniej wartości efektu populacyjnego. W modelu losowym efekt łączny oblicza się również jako średnią ważoną efektów indywidualnych, jednak stosowane wagi są bardziej złożone. Stanowią one odwrotność sumy wariancji wewnątrz badania (ang. *within-study variance*) oraz wariancji pomiędzy badaniami (ang. *between-study variance*). Najczęściej stosowaną procedurą wyznaczania efektu łącznego jest metoda DerSimoniana i Lairda, uznawana za klasyczne rozwiązanie w meta-analizie efektów losowych. Model z efektem zmiennym (losowym) jest bardziej elastyczny i bliższy realiom badań empirycznych, gdyż uwzględnia zróżnicowanie kontekstów badawczych i heterogeniczność wyników.

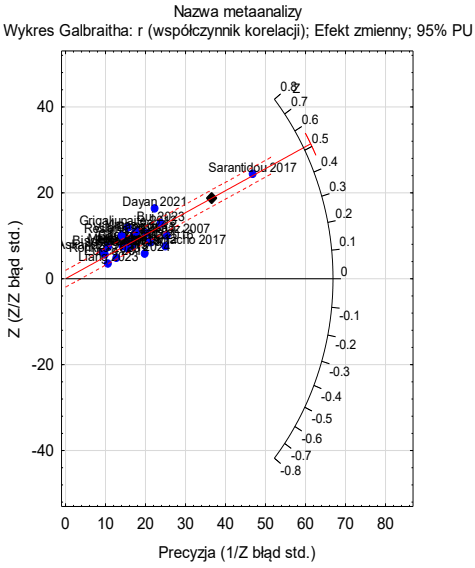
Podsumowaniem wyników metaanalizy jest wykres leśny (ang. *forest plot*) prezentujący syntetyczne wyniki w postaci graficznej. Umożliwia on wygodne porównywanie wyników badań i ocenę efektu łącznego wyliczonego w metaanalizie. Najczęściej przedstawia się na nim wyniki poszczególnych badań i wyznaczone przedziały ufności oraz wynik łączny, oznaczony czarnym rombem, umieszczany poniżej wyników badań. Dodatkowo za pomocą pola kwadratu osadzonego w punkcie oznaczającym wartość efektu zaznacza się wagę danego badania w metaanalizie. Wykres leśny jest przedstawiony na rysunku 1.

Copyright © StatSoft Polska 2025, info@StatSoft.pl



Rys.1. Wykres leśny

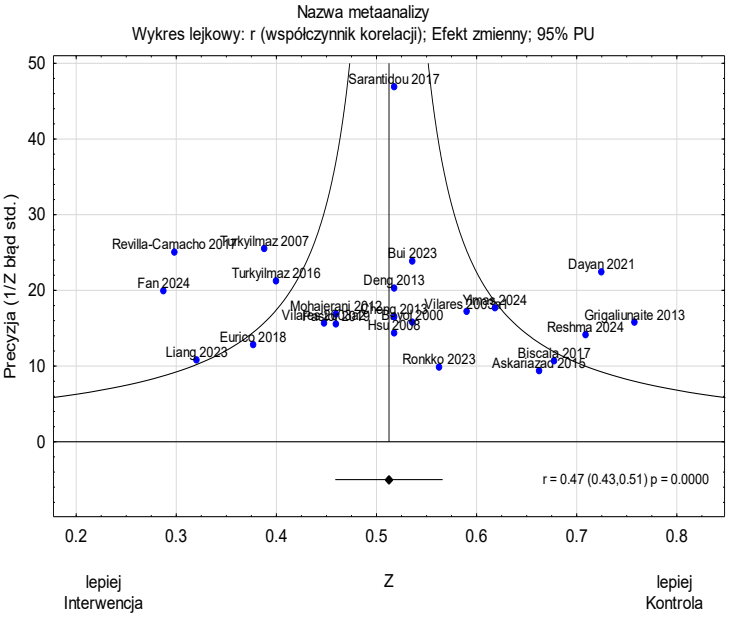
Narzędziem graficznym służącym do oceny niejednorodności badań w metaanalizie jest wykres Galbraitha. Umożliwia on również na wskazanie badań, które znacznie odstają od pozostałych.



Rys.2. Wykres Galbraitha

Na rysunku 2 przedstawiono zależność między wartością statystyki Z (wielkością efektu podzieloną przez błąd standardowy) a precyzją (odwrotnością błędu standardowego) dla poszczególnych badań. Badania, dla których oszacowanie efektu jest obarczone większym błędem, znajdują się bliżej lewej osi wykresu. Dodatkowo na wykresie kreślona jest linia regresji przechodząca przez punkt (0,0). Wykres jest tak skonstruowany, że jej nachylenie mówi o uzyskanym w metaanalizie efekcie łącznym. Z tego względu radialny wykres Galbraitha zawiera dodatkową skalę, na której można odczytać wartość efektu i przedziały ufności.

Wykres lejkowy (ang. *funnel plot*) jest jedną z najbardziej popularnych metod wykorzystywanych przy ocenie błędu publikacyjnego (ang. *publication bias*). Jest to wykres rozrzutu, na którym oś pozioma przedstawia mierzony efekt a oś pionowa prezentuje miary opisujące precyzję badań – np. błąd standardowy, precyzję, wariancję lub liczność próby. Wykres ten jest przedstawiony na rysunku 3.



Rys.3. Wykres lejkowy

Copyright © StatSoft Polska 2025, info@StatSoft.pl

Gdyby nie było obciążenia publikacji, spodziewalibyśmy się równomiernego rozrzutu badań wokół efektu łącznego. Rozrzut ten przypominałby lejek: więcej badań realizowanych na mniejszych próbach lokalizowanych byłoby na dole wykresu z większym rozrzutem miary efektu (Z) i mniejszą precyzją oszacowań. W przypadku występowania błędu publikacyjnego może występować asymetria wykresu (mniejsza liczba publikacji z niskim lub nieistotnym efektem) oraz nieregularny lub U-kształtny rozkład publikacji. W powyższym przykładzie rozrzut wyników wydaje się mniej lub bardziej symetryczny lecz wyniki tworzą wyraźnie skupienia prac danych autorów przypominające literę U, co sugeruje możliwość występowania systematycznego błędu selekcji publikacji.

Meta-regresja jako narzędzie analizy heterogeniczności

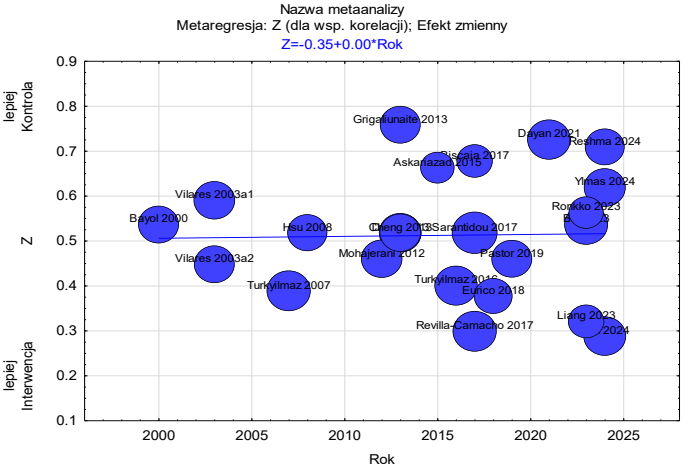
W sytuacjach, gdy heterogeniczność wyników badań jest istotna, stosuje się meta-regresję (meta-regression) – technikę łączącą elementy meta-analizy i regresji liniowej. Meta-regresja stanowi podstawę meta-analitycznych modeli regresji (MAR) i pozwala na badanie, czy istnieje związek pomiędzy zmiennymi na poziomie badania (np. charakterystykami próby, wiekiem uczestników, metodologią) a wielkością uzyskiwanego efektu (Steinmetz i Block, 2022). Meta-regresja umożliwia ocenę liniowej zależności pomiędzy zmiennymi moderującymi a wielkościami efektu, określenie kierunku i siły tej zależności oraz identyfikację potencjalnych źródeł heterogeniczności wyników badań. Warunkiem skutecznego zastosowania meta-regresji jest dysponowanie odpowiednio dużą liczbą badań, gdyż moc testów statystycznych silnie zależy od wielkości próby na poziomie badań oraz liczby zmiennych moderujących uwzględnianych w modelu.

W meta-regresji wykorzystywane są trzy główne podejścia: 1/ klasyczna regresja liniowa (OLS) – najczęściej stosowana metoda, pozwalająca na szybkie oszacowanie zależności. Jej zaletą jest prostota i łatwość interpretacji współczynników regresji. Ograniczeniem jest

Copyright © StatSoft Polska 2025, info@StatSoft.pl

jednak konieczność spełnienia założeń o liniowości i homoscedastyczności, które często są naruszane w meta-analizie, 2/ uogólnione modele addytywne (ang. *General Additive Models, GAM*) – modele nieliniowe, które pozwalają na elastyczne modelowanie relacji między zmiennymi. Dzięki nim możliwe jest uchwycenie bardziej złożonych zależności, co prowadzi do lepszego dopasowania modelu do danych, 3/ modele położenia i skali (ang. *Location-Scale Models, LS*) – modele, które jednocześnie uwzględniają parametry położenia (np. średnią) oraz skali (np. wariancję). Są szczególnie użyteczne w sytuacjach, gdy reszty charakteryzują się heteroscedastycznością.

Rysunek 4 przedstawia wykres bąblowy meta regresji z wykorzystaniem zmiennej moderującej "Rok badania".



Rys.3. Wykres lejkowy

Z wykresu wynika, że nie ma istotnie statystycznej relacji między wielkością efektu (współczynnikami korelacji) a rokiem badania. Wynik ten może wskazywać na względną stabilność efektu w analizowanym okresie. Jednak ze względu na ograniczoną moc statystyczną oraz możliwą obecność pominiętych moderatorów, wniosek ten należy traktować bardzo ostrożnie.

Copyright © StatSoft Polska 2025, info@StatSoft.pl

Meta-SEM jako narzędzie testowania teorii

Podejście MASEM (ang. *Meta-Analysis and Structural Equation Modeling*) reprezentuje uogólnioną procedurę, która integruje klasyczną meta-analizę z modelowaniem równań strukturalnych (SEM). W odróżnieniu od tradycyjnego modelu wielogrupowego SEM, gdzie dla każdego badania konstruuje się oddzielny model, MASEM wykorzystuje podejście łączone, umożliwiające uzyskanie uogólnionych wyników na podstawie wielu publikowanych macierzy korelacji (Cheung, 2015). Proces budowy modeli MASEM można przedstawić następująco:

1. Wyodrębnienie analizowanych konstruktów teoretycznych i ich wzajemnych zależności,
2. Określenie metod i skal pomiarowych,
3. Zgromadzenie miar efektów z badań pierwotnych,
4. Przeprowadzenie meta-analizy i oszacowanie efektu łącznego,
5. Uzyskanie zagregowanej macierzy korelacji
6. Zbudowanie modelu ścieżkowego (SEM) na podstawie zagregowanej macierzy korelacji.

W pierwszym etapie uzyskuje się zagregowaną macierz kowariancji lub korelacji, w której współczynniki traktowane są jako miary efektu. W kolejnym kroku macierz ta stanowi punkt wyjścia do estymacji modelu strukturalnego. W praktyce dane z meta-analizy bywają również wykorzystywane jako informacja a priori w modelach bayesowskich. Dzięki integracji prób wzrasta moc testów dobroci dopasowania modeli strukturalnych, co wynika ze zwiększenia liczby obserwacji. Ponadto wyniki meta-analizy mogą służyć jako uzupełnienie braków danych w modelowaniu SEM.

Copyright © StatSoft Polska 2025, info@StatSoft.pl

W modelach MASEM stosuje się dwie główne techniki estymacyjne: metodę największej wiarygodności (ML) – najczęściej wykorzystywaną w klasycznych modelach MASEM oraz metodę uogólnioną najmniejszych kwadratów (GLS) – stosowaną głównie w kontekście modeli regresji typu MARA (Jak, 2015). Wyróżnia się dwa podstawowe sposoby budowy modeli MASEM. Po pierwsze, podejście oparte na danych (zagregowanej macierzy korelacji) – na podstawie danych z badań indywidualnych uzyskuje się zagregowaną macierz, a następnie estymuje się model SEM. Po drugie, podejście oparte na agregacji parametrów – w tym przypadku agregacji podlegają oszacowane parametry z indywidualnych modeli SEM, które następnie są syntetyzowane w model ogólny. W podejściu opartym na danych wyróżnia się metodę jednoetapową (ang. *One-Stage MASEM*), w której występuje jednoczesna agregacja i modelowanie danych z wykorzystaniem podejść wielopoziomowych w badaniach efektów moderacji, oraz dwuetapową (ang. *Two-Stage MASEM*), gdzie w pierwszym etapie współczynniki korelacji są "uśredniane" za pomocą klasycznej meta-analizy, lub tworzona jest zagregowana macierz korelacji (ang. *pooled correlation matrix*) a następnie, uzyskana macierz korelacji stanowi podstawę budowy modelu SEM. Metoda ta daje nieobciążone oszacowania parametrów SEM, ale może prowadzić do powstawania macierzy nie-dodatnio określonych oraz do zniekształceń w testach statystycznych i błędach standardowych (Cheung i Chan, 2005).

W programie Statistica w modelu SEPATH można przeprowadzić zarówno meta-analizę z efektem stałym, jak również zbudować model SEM w podejściu dwu-etapowym na podstawie zagregowanej macierzy korelacji. Na rysunku 4 przedstawione są parametry modelu ścieżkowego ESCI, zbudowanego na podstawie zagregowanej macierzy korelacji oszacowanej na podstawie modeli ECSI.

Copyright © StatSoft Polska 2025, info@StatSoft.pl

	Oceny modelu (FisherZ_matrix.smx)			
	Ocena parametru	Błąd standard.	Statystyka T	Poziom prawdop.
[I]-1->[PQ]	0.453	0.009	51.545	0.000
[E]-2->[PQ]	0.278	0.007	42.602	0.000
[PQ]-3->[PV]	0.398	0.011	37.050	0.000
[I]-4->[PV]	0.203	0.011	18.149	0.000
[E]-5->[PV]	0.098	0.008	12.331	0.000
[PV]-6->[S]	0.517	0.008	66.800	0.000
[PV]-7->[L]	0.273	0.009	30.232	0.000
[S]-8->[L]	0.480	0.008	56.525	0.000
[I]-9-[I]	0.866	0.013	67.037	0.000
[E]-10-[I]	0.560	0.014	40.176	0.000
[E]-11-[E]	1.655	0.025	67.037	0.000
(EPS1)-->[PQ]				
(EPS2)-->[PV]				
(EPS3)-->[S]				
(EPS4)-->[L]				
(EPS1)-12-(EPS1)	0.554	0.008	70.972	0.000
(EPS2)-13-(EPS2)	0.625	0.008	77.360	0.000
(EPS3)-14-(EPS3)	0.733	0.008	91.763	0.000
(EPS4)-15-(EPS4)	0.560	0.008	71.444	0.000

Rys.4. Model ścieżkowy ECSI

Model ECSI został zbudowany na podstawie zagregowanej macierzy korelacji z wykorzystaniem estymacji Browne'a pozwalającą na poprawne oszacowanie parametrów modelu ścieżkowego i błędów standardowych. Liczebność próby dla macierzy zagregowanej liczyła 8989 respondentów.

Podsumowanie

Głównym celem opracowania było przedstawienie zastosowania programu Statistica w meta-analizie, meta-regresji i meta-SEM. Podejście to umożliwia kompleksową analizę wyników badań obejmującą nie tylko ocenę danego efektu łącznego w klasycznej meta-analizie, ale równie podejścia hybrydowe umożliwiające testowanie złożonych zależności wynikających z przyjętych założeń teoretycznych.

Copyright © StatSoft Polska 2025, info@StatSoft.pl

Literatura

1. Cheung, M. W. -L. (2015). Meta-Analysis A Structural Equation Modeling Approach, Wiley.
2. Cheung, M. W.-L., i Chan, W. (2005). Meta-analytic structural equation modeling: A two-stage approach. Psychological Methods, 10(1), 40–64. https://doi.org/10.1037/1082-989X.10.1.40
3. Cleophas, T. J., Zwinderman, A. H. (2017). Modern Meta-Analysis: Review and Update of Methodologies. Springer.
4. Jak, S. (2015). Meta-Analytic Structural Equation Modelling, Springer.
5. Nikolakopoulou, A., Mavridis, D., i Salanti, G. (2014). How to interpret meta-analysis models: Fixed effect and random effects meta-analyses. BMJ Ment Health, 17(2), 64–64. https://doi.org/10.1136/eb-2014-101794.
6. Steinmetz, H., i Block, J. (2022). Meta-analytic structural equation modeling (MASEM): New tricks of the trade. Management Review Quarterly, 72. https://doi.org/10.1007/s11301-022-00293-6.
7. The Handbook of Research Synthesis and Meta-Analysis. (1994). Cooper, H., Hedges, L. V., Valentine, J. Sage

Copyright © StatSoft Polska 2025, info@StatSoft.pl