



PROGNOZOWANIE W ZARZĄDZANIU PRZEDSIĘBIORSTWEM

prof. dr hab. Paweł Dittmann¹

Znaczenie prognoz w zarządzaniu firmą

Zarządzanie firmą jest nieustannym procesem podejmowania decyzji, który może być zdefiniowany jako akt wyboru działania ze zbioru możliwych postępowań. Jest to sztuka polegająca przede wszystkim na umiejętności podejmowania decyzji. Błędna decyzja jest lepsza niż jej brak. Nie ma bowiem nic gorszego niż pozostawienie jakiegokolwiek sprawy nie załatwionej. Może to przynieść nie tylko poważne straty materialne, lecz także demotywuje pracowników. W przedsiębiorstwie, którego otoczenie szybko się zmienia, trzeba działać błyskawicznie, zwłaszcza wówczas, gdy pojawiają się pierwsze objawy kryzysu. I to zarówno takiego, który wynika z cyklu życia przedsiębiorstwa, a jego korzenie tkwią w samej firmie, jak i takiego, który jest związany ze zmianami w otoczeniu przedsiębiorstwa.

Z każdą decyzją podejmowaną w przedsiębiorstwie jest związane ryzyko niepowodzenia przedsięwzięcia, wszelkie bowiem celowe działania, jakie prowadzi człowiek, są z reguły działaniami w warunkach ryzyka, niepewności lub niepełnej informacji, i to w tym sensie, że na wynik podjętej decyzji wywierają wpływ także różne czynniki otoczenia przedsiębiorstwa, nie kontrolowane lub nie w pełni kontrolowane przez podmiot podejmujący decyzje. Działalności gospodarczej towarzyszą zawsze mniej lub bardziej niepewne nadzieje dotyczące przyszłych zysków przedsiębiorstwa. Działanie w warunkach ryzyka, niepewności lub niepełnej informacji stanowi zatem istotę działalności gospodarczej. Warunki te są zjawiskiem obiektywnym i muszą więc być przyjmowane jako nieuniknione. Można je nawet uznać za swoisty syndrom postępu, ponieważ ze szczególnym nasileniem występują w przedsiębiorstwach odznaczających się dynamicznymi zmianami (np. wprowadzającymi nowy produkt na rynek). Możliwość poniesienia straty przez przedsiębiorstwo wiąże się najczęściej z tym, że podejmowane decyzje dotyczą bliższej lub dalszej przyszłości, która na ogół nie jest w pełni znana. Możliwość ta zwiększa się, gdy: przedsiębiorstwo rozszerza rynki zbytu, pojawiają się nowi i umacniają starzy konkurenci, ulega przekształceniu polityka ekonomiczna rządu, zmieniają się wymagania nabywców itd.

Możliwość podjęcia decyzji nietrafnych może z ekonomicznego punktu widzenia stanowić istotne zagrożenie, oczywiście w sytuacjach skrajnych, dla działalności przedsiębiorstwa. Ponieważ nie można jej uniknąć, bo nawet awersja do niej w zmieniającym się otoczeniu może powodować katastrofalne skutki, przeto na pierwszy plan wysuwają się te wszystkie działania, które mogą być pomocne w jej zredukowaniu.

Podejmowane w procesie zarządzania decyzje mogą mieć charakter (zwłaszcza w małych przedsiębiorstwach) intuicyjny oraz opierać się na swoistym wyczuciu i doświadczeniu menedżera. Mogą także być oparte na informacjach dotyczących obecnego i przyszłego stanu otoczenia

¹ Katedra Prognoz i Analiz Gospodarczych, Akademia Ekonomiczna we Wrocławiu.



marketingowego przedsiębiorstwa. Na ogół uważa się, że ma to znaczący wpływ na poprawienie jakości procesu decyzyjnego i podniesienie stopnia trafności podjętych decyzji. Dlatego też dążenie podmiotu podejmującego decyzje do zdobycia jak największej liczby informacji o nabywcach, konkurentach, dealerach i innych elementach otoczenia przedsiębiorstwa jest naturalne.

Rozbieżność między zgłaszanym przy podejmowaniu decyzji zapotrzebowaniem na informacje a dostępnym ich zasobem, czyli tzw. **luka informacyjna**, determinuje potrzebę podjęcia działań mających na celu pozyskanie odpowiednich danych. Luka informacyjna może oznaczać zapotrzebowanie na informacje bardziej aktualne czy bardziej szczegółowe niż te, którymi dysponuje przedsiębiorstwo, lub na informacje, których w ogóle do tej pory nie gromadzono. Może też oznaczać zapotrzebowanie na informacje dotyczące przyszłości przedsiębiorstwa i jego otoczenia marketingowego, tj. zapotrzebowanie na **prognozy**.

Spośród wielu różnych prognoz szczególnie ważną rolę w zarządzaniu przedsiębiorstwem odgrywa **prognoza sprzedaży**, która opisuje przewidywany poziom sprzedaży przedsiębiorstwa na wybranych rynkach docelowych, w określonym przedziale czasu, wyznaczony w oparciu o sprecyzowany w strategii marketingowej marketing-mix i przyjęte hipotezy dotyczące sposobu oddziaływania czynników otoczenia marketingowego przedsiębiorstwa na wielkość sprzedaży. Prognozowanie sprzedaży jest dla każdej firmy funkcjonującej w warunkach gospodarki rynkowej jedną z ważniejszych kwestii, gdyż na jego podstawie można ustalić oczekiwane przychody, a więc podstawowy strumień dopływu pieniądza do przedsiębiorstwa. Prognozowane wielkości sprzedaży wchodzi jako dane wejściowe do procesu planowania strategicznego bądź operacyjnego. Z tego punktu widzenia istotne jest rozróżnienie prognozowania sprzedaży w długim i krótkim okresie.

Prognozowanie długookresowe sprzedaży jest potrzebne przede wszystkim dla zaprogramowania zmian organizacyjnych w przedsiębiorstwie, takich na przykład, jak opracowanie nowych form sprzedaży, sposobów wejścia na nowe rynki zbytu, budowy nowych kanałów dystrybucji czy wreszcie organizacji nowych form akwizycji i reklamy. Jest ono także pomocne przy opracowywaniu polityki wprowadzania nowych produktów na rynek i wycofywania starych. Bez niego nie można prawidłowo zaplanować zakupu nowych maszyn i urządzeń oraz sporządzić budżetu przedsiębiorstwa.

Prognozowanie krótkookresowe wykorzystuje się w planowaniu operacyjnym przedsiębiorstwa. Jest ono wykorzystywane praktycznie w każdym dziale przedsiębiorstwa do planowania bieżących działań. Służy do sporządzania szacunków rozlokowania produkcji na poszczególne rynki w podziale geograficznym i czasowym całego roku. Stosuje się je do szacowania zmian cen i ich skutków dla wielkości wpływów ze sprzedaży, wydatków na reklamę, a także do testowania skutków wprowadzania zmian w warunkach sprzedaży i określania zadań dla personelu sprzedającego. Mając wielkość sprzedaży, możemy określić planowaną wielkość produkcji, zatrudnienia, wielkości zakupu surowców, materiałów, zaplanować szkolenia pracowników, wydatki administracyjne itd.

Wyznaczona prognoza sprzedaży jest wykorzystywana w prognozowaniu finansowym, polegającym na budowaniu sprawozdań pro forma (rachunku zysków i strat, bilansu, zestawienia przepływów gotówkowych) na okres objęty prognozą. Sprawozdania te, oprócz dostarczania informacji o przewidywanej pozycji finansowej przedsiębiorstwa, umożliwiają określenie wielkości środków finansowych niezbędnych do realizacji prognozowanej wielkości sprzedaży. Prognozy potrzeb finansowych umożliwiają przetestowanie różnych strategii działalności przedsiębiorstwa z punktu widzenia możliwości uzyskania tychże środków bądź z funduszy własnych przedsiębiorstwa bądź z funduszy zewnętrznych.



Proces budowy prognoz

Konstrukcja prognoz jest procesem wieloetapowym przebiegającym według pewnego schematu prognostycznego. Najczęściej składa się on z następujących etapów: sformułowanie zadania prognostycznego, określenie przesłanek prognostycznych, wybór metody prognozowania, konstrukcja prognozy i weryfikacja prognozy.

Sformułowanie zadania prognostycznego

Należy tutaj nie tylko wskazać firmę (obiekt), której będzie dotyczyć budowana prognoza, ale także określić zjawisko oraz charakteryzujące je zmienne. Konstruowana prognoza może dotyczyć jedynie ogólnej wielkości sprzedaży przedsiębiorstwa czy sprzedaży grup produktów (usług) lub nawet poszczególnych produktów (usług). W drugim przypadku należy określić, czy prognoza ogólnej wielkości sprzedaży będzie budowana przez agregację prognoz dla grup produktów (poszczególnych produktów), czy odwrotnie – prognozy dotyczące grup wyrobów (poszczególnych wyrobów) będą budowane przez dezagregację prognozy ogólnej wielkości sprzedaży przedsiębiorstwa; inaczej mówiąc, czy zostanie zastosowana procedura prognozowania „od dołu do góry” czy „od góry do dołu”. Jeśli przedsiębiorstwo oferuje szeroką gamę produktów (usług), to często konieczne może się okazać ponadto dokonanie ich agregacji w miarę jednorodnej grupy. Wielkość sprzedaży może być określona w jednostkach naturalnych oraz wartościowo (w cenach stałych lub bieżących). Wybór zmiennej (zmiennych) charakteryzującej wielkość sprzedaży będzie wpływał (np. poprzez uwzględnienie wpływu inflacji na wyrażoną wartościowo wielkość sprzedaży) na dalszy przebieg postępowania prognostycznego. Ponadto na tym etapie należy określić okres i horyzont prognozy, cel jej budowy oraz wymagania dotyczące jej dokładności *ex ante*. Celem budowy prognozy sprzedaży może być chociażby stworzenie określonych podstaw, niezbędnych do podjęcia decyzji o rozbudowie przedsiębiorstwa czy wprowadzeniu nowego produktu (usługi) na rynek, zaplanowanie wielkości produkcji czy zatrudnienia, określenie potrzeb finansowych przedsiębiorstwa itd. Cel oraz horyzont prognozy warunkują żadaną jej dokładność. Krótkookresowe prognozy sprzedaży, które mają służyć m.in. do opracowania harmonogramu produkcji, powinny cechować się na ogół większą dokładnością niż np. prognozy określające przyszłą wielkość sprzedaży produktów nowo wprowadzanych na rynek. Ścisłe sformułowanie zadania prognostycznego jest niezmiernie ważne, ponieważ wpływa na dalszy przebieg postępowania prognozy.

Określenie przesłanek prognostycznych

Zadanie to polega głównie na wskazaniu czynników mikro- i makrootoczenia marketingowego przedsiębiorstwa, wywierających wpływ na wielkość sprzedaży, przyjęciu hipotez dotyczących sposobu oddziaływania tych czynników oraz narzędzi marketingu mix sformułowanej strategii marketingowej przedsiębiorstwa na kształtowanie się wielkości sprzedaży w okresach, do których się odnosi budowana prognoza sprzedaży. Przyjęte hipotezy mogą wynikać z teorii popytu, badań rynkowych oraz doświadczeń prognozy. Powinny być ponadto oparte na sporządzonych prognozach zmiennych, charakteryzujących elementy mikro- i makrootoczenia marketingowego przedsiębiorstwa oraz na przyjętej w przedsiębiorstwie strategii marketingowej. Określają one postawę prognozy wobec sprzedaży przedsiębiorstwa w okresie prognozy. Jako ekstremalne są oceniane postawy: pasywna i aktywna.

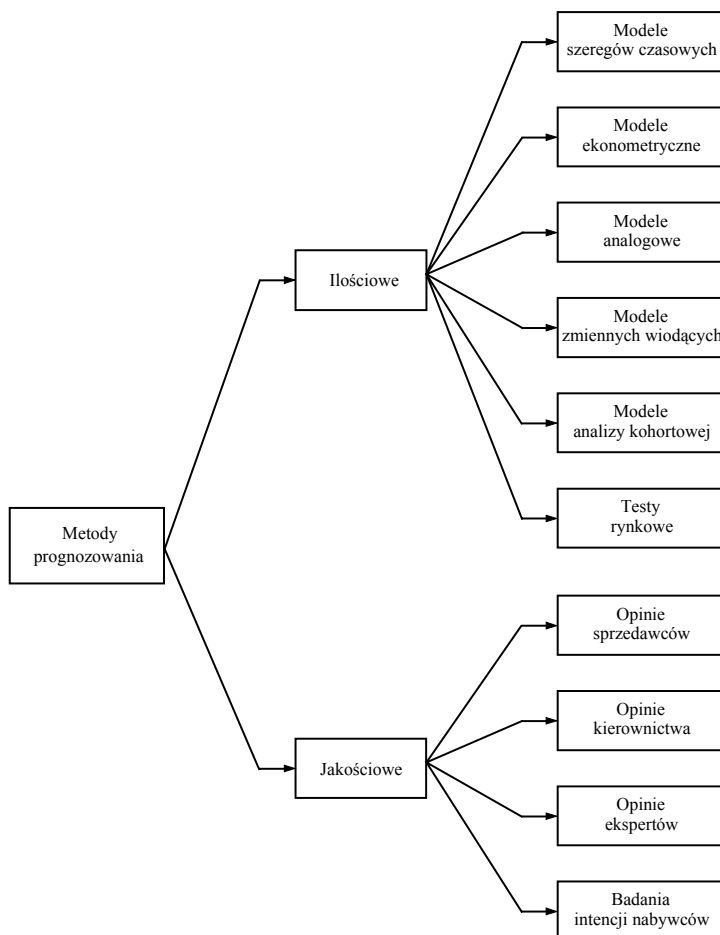
Postawa pasywna oznacza przyjęcie stałości (w okresie, z którego pochodzą dane użyte do konstrukcji prognozy, oraz w okresie, na który budowana jest prognoza) związków występujących między zjawiskiem prognozowanym a oddziałującymi nań innymi czynnikami.

Postawę aktywną charakteryzuje uznanie, że przyszłość jest mniej lub bardziej niezależna od przeszłości. Przy jej przyjęciu dopuszcza się zatem zmianę dotychczasowych związków występujących między zjawiskiem prognozowanym a oddziałującymi nań innymi zjawiskami.

Do przesłanek prognostycznych można też zaliczyć określenie i zebranie niezbędnych do konstrukcji prognozy danych.

Wybór metody prognozowania

W literaturze można znaleźć wiele różnych klasyfikacji metod prognozowania. Jedną z częściej występujących klasyfikacji jest podział metod na ilościowe i jakościowe (rys. 1).



Rys. 1. Klasyfikacja metod prognozowania sprzedaży

Źródło: Dittmann P.: Metody prognozowania sprzedaży w przedsiębiorstwie. Wrocław: AE 2000.

Metody **ilościowe** oparte są na formalnym modelu prognostycznym zbudowanym na podstawie danych o kształtowaniu się wartości zmiennej prognozowanej i zmiennych objaśniających w przeszłości. Zalicza się do nich m. in. modele: szeregów czasowych, ekonometryczne, analogowe, ze zmiennymi wiodącymi oraz analizy kohortowej.



Metody **jakościowe** oparte są na sądach pojedynczych ekspertów lub grup ekspertów. Sądy te mogą być, lecz nie muszą, formułowane na podstawie danych o kształtowaniu się wartości zmiennej prognozowanej i zmiennych objaśniających w przeszłości. Używane przez ekspertów modele prognostyczne nie są modelami formalnymi, lecz myślowymi. W przypadku grupy ekspertów do opracowania ich wypowiedzi, tj. oceny zgodności ekspertów i ustalenia wspólnego sądu (prognozy) mogą być używane metody formalne. Do grupy metod jakościowych należą m. in.: metody oparte na opiniach osób bezpośrednio zajmujących się sprzedażą, opiniach kierownictwa przedsiębiorstwa, opiniach ekspertów.

Konstruując prognozę sprzedaży używa się metod zarówno najprostszych, opartych na modelach szeregów czasowych, jak i bardziej skomplikowanych, opartych np. na testach marketingowych. Ponieważ każda sytuacja prognostyczna może być inna, więc związany z nią wybór metody prognozowania jest zadaniem trudnym, wymagającym – z jednej strony – znajomości metod prognozowania, z drugiej – merytorycznej wiedzy o prognozowanym zjawisku. Podstawę wyboru metody prognozowania powinny stanowić własności metod prognozowania, przyjęte przesłanki prognostyczne, oraz dostępne dane prognostyczne.

Przy wyborze metod prognozowania spośród różnych ich własności pod uwagę bierze się najczęściej: horyzont budowanych za ich pomocą prognoz, liczbę okresów, do których odnoszą się budowane prognozy, koszty stosowania metod, dokładność uzyskiwanych prognoz, prostotę i łatwość ich stosowania.

Wybór odpowiedniej metody prognozowania sprzedaży jest zagadnieniem bardzo ważnym i jednocześnie bardzo trudnym. Często dla danej sytuacji prognostycznej można wskazać na więcej niż jedną odpowiednią, jak się wydaje, metodę prognozowania. Prowadzone przez różnych autorów badania wykazały, iż nie można wskazać jednej, najlepszej, w każdej sytuacji prognostycznej metody. W pewnych sytuacjach lepsze, pod względem trafności, prognozy uzyskuje się za pomocą metod ilościowych, w innych zaś za pomocą metod jakościowych.

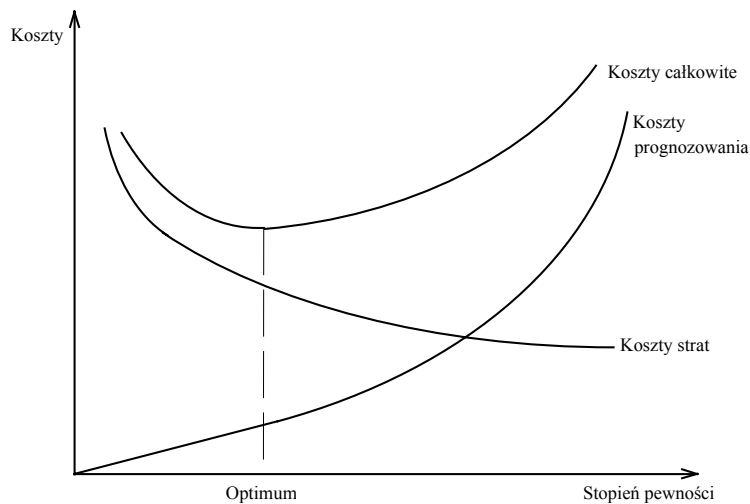
Jeśli jest to tylko możliwe, tzn. dostępne są odpowiednie dane statystyczne, metody ilościowe, bez względu na to, czy oprócz nich są stosowane także metody jakościowe, powinny być zawsze używane do prognozowania sprzedaży. Obok budowy prognoz pozwalają także na statystyczną analizę przeszłości, tj. tendencji i wahań sezonowych sprzedaży oraz ocenę wpływu czynników strategii marketingowej przedsiębiorstwa i jego otoczenia marketingowego na wielkość sprzedaży. Może to zaś stanowić dobrą podstawę do konstrukcji prognoz metodami jakościowymi, np. za pomocą opinii kierownictwa przedsiębiorstwa bądź ekspertów.

Wybór metody prognozowania zależy w dużej mierze od znajomości metod przez osobę dokonującą ich wyboru oraz przez użytkownika metod. Badania empiryczne wskazują, iż prognozy oparte na metodach prostych, bardziej zrozumiałych są częściej i chętniej wykorzystywane przez menedżerów niż prognozy uzyskiwane w wyniku stosowania skomplikowanych metod. Prawdopodobnie główną przyczyną niechętniej akceptacji tych ostatnich przez menedżerów jest niezrozumienie przez nich metod, za pomocą których zostały one opracowane.

Wykorzystanie komputerów w procesie prognostycznym znacznie zwiększa możliwości zastosowania wielu metod prognostycznych. Dysponowanie odpowiednim programem komputerowym może być jednym z czynników decydujących o wyborze danej metody prognozowania. Każdy taki program musi być łatwy w użyciu i dobrze udokumentowany. Jego użytkownik powinien umieć go zastosować oraz zinterpretować otrzymane wyniki. Obecnie dostępnych jest wiele pakietów komputerowych zawierających moduły prognostyczne. Należy do nich m.in. *STATISTICA*.

Z prognozowaniem są związane koszty zebrania, przechowywania i przetwarzania danych statystycznych oraz budowy modelu prognostycznego. Poszczególne metody prognostyczne różnią się między sobą zarówno wielkością niezbędnych kosztów ponoszonych przy ich stosowaniu, jak i stopniem dokładności otrzymywanych w wyniku ich zastosowania prognoz. Proste metody (np. średnia ruchoma) wymagają zwykle niewielkich nakładów czasu i pracy, związanych z ich stosowaniem, ale dokładność uzyskiwanych za ich pomocą prognoz bywa często niewystarczająca. I odwrotnie, koszty związane ze stosowaniem metod bardziej skomplikowanych są zwykle duże, ale też prognozy otrzymywane za ich pomocą są na ogół bardziej dokładne. Celem budowy prognoz jest zmniejszenie niepewności w procesie podejmowania decyzji w przedsiębiorstwie. Nie należy jednak oczekiwać, iż budowane prognozy będą w pełni trafne, lecz z doświadczenia wiadomo, iż skala ich błędów zależy od kosztów ich opracowania. Im większe wydatki zostały poniesione na przygotowanie prognoz, tym mniejszy na ogół stopień niepewności w procesie decyzyjnym i mniejsze koszty z nim związane (rys. 2). Suma kosztów prognozowania i strat wynikających z niepewności daje koszty całkowite.

Przedstawiona na rys. 2. koncepcja została oparta na założeniu malejących marginalnych przychodów z prognozowania, oznaczającym, iż każda następna kwota pieniędzy przeznaczona na prognozowanie przynosi coraz mniejsze efekty związane ze zmniejszeniem niepewności. Po przekroczeniu pewnej wielkości kosztów prognozowania dalsze wydatki na prognozowanie nie przynoszą zmniejszenia kosztów całkowitych. Jest tak, ponieważ bez względu na to, jak skomplikowane metody zostałyby użyte, nie sposób całkowicie wyeliminować czynnika niepewności i związanego z nim ryzyka w procesie decyzyjnym przedsiębiorstwa.



Rys. 2. Koszty prognozowania a stopień pewności w procesie decyzyjnym

Oprócz własności metod prognostycznych ważną rolę przy wyborze metody prognozowania odgrywają przesłanki prognostyczne. Sformułowanie przez prognostę tychże przesłanek prowadzi do zajęcia przez niego określonej postawy wobec kształtowania się w przyszłości prognozowanego zjawiska, to zaś w znacznym stopniu implikuje wybór metody prognozowania. Przyjęcie postawy pasywnej zakłada wykorzystanie w procesie budowy prognozy inercji zjawiska, konstrukcję prognozy przez ekstrapolację dotychczas zaobserwowanych prawidłowości w przyszłość. Postawa aktywna oznacza uznanie przyszłości za stosunkowo niezależną od przeszłości oraz przyjęcie



założenia, że dotychczas zaobserwowane prawidłowości mogą się zmienić w przyszłości. O ile w pierwszej sytuacji do konstrukcji prognozy mogą znaleźć zastosowanie np. modele szeregów czasowych, o tyle nie powinny być one stosowane w drugiej z przedstawionych sytuacji.

Jeśli wybór „najlepszej” metody prognozowania budzi wątpliwości, to korzystne może się okazać użycie do budowy prognoz większej liczby metod, a następnie porównanie dokładności uzyskanych za ich pomocą prognoz z dokładnością prognoz otrzymanych na podstawie metody wyjściowej, którą z reguły jest metoda najbardziej prymitywna, np. naiwna. Można także konstruować prognozę badanego zjawiska jako kombinację prognoz otrzymanych różnymi metodami. Rozstrzygającym kryterium wyboru metody powinna być wartość informacji, zdobytej przez konstrukcję prognozy, w procesie podejmowania decyzji.

Konstrukcja prognozy

W etapie tym dokonuje się wyznaczenia prognozy według schematu wybranej wcześniej metody prognozowania. W razie przyjęcia przez prognozę postawy pasywnej zbudowana prognoza, odpowiadająca wcześniej określonym wymaganiom, jest uznawana na ogół za prognozę ostateczną. W razie zaś przyjęcia przez prognozę postawy aktywnej i budowy prognoz badawczych przy różnych hipotezach dotyczących oddziaływania na wielkość sprzedaży przedsiębiorstwa, czynników makro- i mikrootoczenia marketingowego przedsiębiorstwa lub przy różnych strategiach marketingowych przedsiębiorstwa dokonuje się wyboru spośród zbudowanych prognoz tej ostatecznej. Jeśli do budowy prognoz były stosowane różne metody prognozowania, to ostateczna prognoza sprzedaży może być określona przez tzw. kombinację prognoz. W etapie tym powinno się także określić jakość *ex ante* zbudowanej prognozy. Gdy zbudowana prognoza odpowiada sformułowanemu zadaniu prognostycznemu, może być wykorzystana w działalności przedsiębiorstwa.

Weryfikacja prognozy

Zadanie to polega na ocenie trafności prognozy za pomocą błędów *ex post*. Zalicza się do nich:

1. **Bezwzględny błąd** prognozy *ex post*, obliczonej na moment/okres t :

$$q_t = y_t - y_t^* .$$

2. **Względny błąd** prognozy *ex post*, obliczonej na moment/okres t :

$$\psi_t = \frac{y_t - y_t^*}{y_t} 100\% .$$

3. **Średni względny błąd** prognoz *ex post*, obliczonych na momenty/okresy $n+1, \dots, T$:

$$\Psi = \frac{1}{T-n} \sum_{t=n+1}^T \frac{|y_t - y_t^*|}{y_t} 100\% .$$

4. **Średni kwadratowy błąd** prognoz *ex post*, obliczonych na momenty/okresy $n+1, \dots, T$:

$$s^* = \left[\frac{1}{T-n} \sum_{t=n+1}^T (y_t - y_t^*)^2 \right]^{0,5} ,$$

gdzie:

y_t – rzeczywista wartość zmiennej prognozowanej Y w momencie/okresie t ,



y_t^* – prognoza zmiennej Y na moment/okres t ,

n – numer ostatniej znanej obserwacji zmiennej prognozowanej,

T – numer ostatniego momentu/okresu, dla którego była sprawdzana prognoza.

Weryfikacja prognozy jest etapem niezmiernie ważnym, gdyż prognozowanie wielkości sprzedaży jest – a przynajmniej powinno być – czynnością wykonywaną sekwencyjnie, w regularnych odcinkach czasu. Wyniki tej oceny nie tylko mogą, ale też powinny być wykorzystywane zarówno do ewentualnej modyfikacji aktualnej prognozy w okresie jej ważności (jeśli jest to niezbędne) i związanej z nią strategii marketingowej przedsiębiorstwa, jak też do konstrukcji prognoz na następne okresy.

Przedsiębiorstwa rzadko powinny budować prognozę sprzedaży używając tylko jednej metody prognozowania. Na ogół, w zależności od ważności i skomplikowania sytuacji prognostycznej, powinno się używać większej ich liczby, przy czym mogą to być metody należące do jednej lub do obu wyodrębnionych wcześniej grup metod. Ostateczna prognoza sprzedaży jest wówczas kombinacją prognoz uzyskanych poszczególnymi metodami.

Prognozy kombinowane są, w opiniach wielu autorów, praktyczne i użyteczne. Ich przydatność wykazało bowiem wiele empirycznych testów. Budowa prognozy kombinowanej może przebiegać w różny sposób. Najczęściej jest ona średnią prostą lub ważoną prognoz na podstawie których jest wyznaczana.

Wybór ostatecznej (realistycznej) prognozy sprzedaży spośród, skonstruowanych przy różnych przesłankach prognostycznych, prognoz badawczych nie jest zadaniem łatwym. Prognoza sprzedaży określa bowiem z jednej strony zapotrzebowanie na fundusze niezbędne do zakupu surowców, materiałów, siły roboczej itd., z drugiej zaś wielkość przyszłych wpływów finansowych przedsiębiorstwa. Wyboru tego zatem należy dokonać mając na uwadze podstawowy cel działalności przedsiębiorstwa, jakim jest osiąganie zysku. W tym kontekście zasadne jest postawienie m. in. następujących pytań: Jaki wpływ na wielkość sprzedaży będą wywierały zmiany wpływających na nią czynników, charakteryzujących strategię marketingową przedsiębiorstwa oraz jego otoczenie marketingowe? Jaki wpływ będą wywierały zmiany wielkości sprzedaży na zapotrzebowanie na fundusze niezbędne do realizacji prognozy sprzedaży? Jaki z kolei wpływ będą wywierały zmiany wielkości sprzedaży, zmiany cen produktów, zmiany zapotrzebowania na fundusze na wynik finansowy oraz inne wskaźniki finansowe przedsiębiorstwa? Na te i inne podstawowe pytania należy odpowiedzieć przed zaakceptowaniem prognozy sprzedaży oraz przed podjęciem działań mających na celu jej realizację. Mówiąc inaczej należy przeprowadzić ocenę wrażliwości uzyskiwanych wyników, tj. wielkości sprzedaży, wielkości przychodów, wyniku finansowego przedsiębiorstwa na zmiany determinujących je czynników. Owo badanie wrażliwości wyników na zmiany wyróżnionych wielkości jest klasycznym sposobem analizowania podejmowania decyzji w kategoriach korzyści i związanego z tym ryzyka. W praktyce można je przeprowadzić poprzez prognozowanie finansowe, polegające na budowaniu sprawozdań finansowych pro forma (rachunku zysków i strat, bilansu, zestawieniu przepływów gotówkowych) na okres objęty prognozą. Sprawozdania te, oprócz dostarczania informacji o przewidywanej pozycji finansowej przedsiębiorstwa, umożliwiają określenie wielkości środków finansowych niezbędnych do realizacji prognozowanej wielkości sprzedaży.



Modele szeregów czasowych

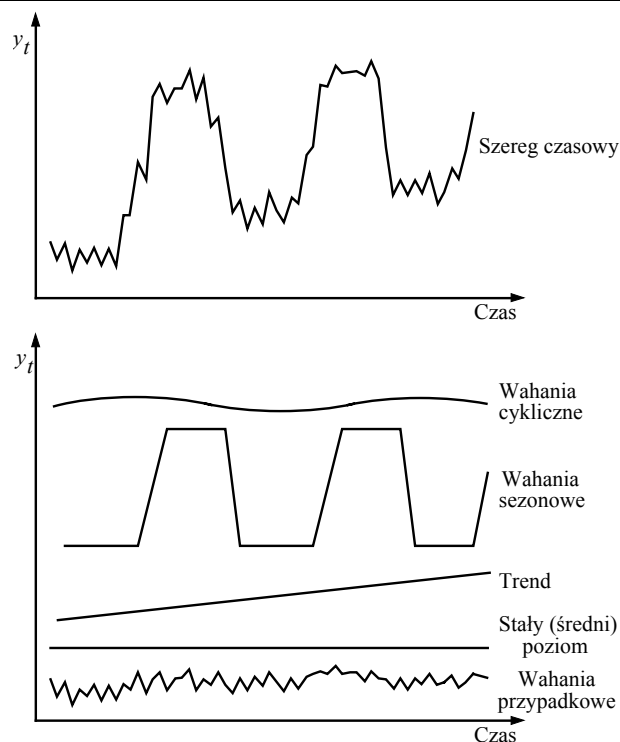
Zasadniczą cechą metod prognozowania sprzedaży na podstawie szeregu czasowego jest to, że prognozę buduje się na podstawie zaobserwowanych w dotychczasowym kształtowaniu się sprzedaży prawidłowości, bez wnikania w przyczyny ich występowania. Korzystanie z tych metod jest zasadne tylko wówczas, gdy sprzedaż charakteryzuje się dużą inercją. Przy konstrukcji prognozy korzysta się wówczas z **zasady status quo**, tj. przyjmuje się, że w okresie, którego dotyczy budowana prognoza, na sprzedaż będą oddziaływały te same elementy otoczenia marketingowego przedsiębiorstwa i w taki sam sposób jak dotychczas oraz że stosowana w przedsiębiorstwie strategia marketingowa nie zmieni się. Metody tej grupy są przydatne zatem przede wszystkim do sporządzania prognoz krótkookresowych.

Używanie w prognozowaniu modeli szeregów czasowych zostało spowodowane trzema głównymi przyczynami. Po pierwsze prognozowane zjawisko jest zbyt złożone, by można je opisać i zrozumieć bez użycia modeli. Po drugie, głównym zadaniem prognosty jest przewidzenie tego, co się zdarzy, a nie wyjaśnienie, dlaczego to się zdarzy. Po trzecie zaś, koszty zdobycia wiedzy o przyczynach wystąpienia przewidywanych zjawisk mogą być niewspółmiernie wysokie w porównaniu z konstrukcją prognozy opartą na modelu szeregu czasowego.

Składowe szeregu czasowego

Tradycyjnie w szeregach czasowych wyróżnia się dwie składowe: **składową systematyczną**, będącą efektem oddziaływań stałego zestawu czynników na zmienną prognozowaną, oraz **składową przypadkową** (zwaną często składnikiem losowym lub wahaniami przypadkowymi). Składowa systematyczna może występować w postaci stałego (przeciętnego) poziomu zmiennej prognozowanej, trendu, składowej okresowej (składowej periodycznej).

Poszczególne składowe szeregu czasowego zostały przedstawione na rys. 3.



Rys. 3. Składowe szeregu czasowego

Stały (przeciętny) poziom prognozowanej zmiennej występuje wówczas, gdy w szeregu czasowym nie stwierdza się trendu ani wahań okresowych, wartości zaś prognozowanej zmiennej oscylują wokół pewnego (stałego) poziomu.

Trend, stanowiący długookresową skłonność do jednokierunkowych zmian (wzrostu lub spadku) wartości prognozowanej zmiennej, jest rozpatrywany jako konsekwencja działania stałego zestawu czynników, takich jak np. w przypadku sprzedaży – liczba potencjalnych klientów, ich dochody czy preferencje. Trend może być wyznaczany, gdy się dysponuje długim ciągiem obserwacji prognozowanej zmiennej.

Składowa okresowa może wystąpić w postaci wahań cyklicznych lub sezonowych.

Wahania cykliczne wyrażają się w postaci długookresowych, rytmicznych wahań wartości zmiennej wokół stałego (przeciętnego) poziomu lub wokół trendu tej zmiennej. W prognozowaniu wielkości sprzedaży są na ogół związane z cyklem koniunkturalnym gospodarki oraz z cyklem rozwoju populacji nabywców produktów przedsiębiorstwa, determinowanym występowaniem niżów i wyżów demograficznych.

Wahania sezonowe są wahaniami wartości obserwowanej zmiennej wokół stałego (przeciętnego) poziomu lub wokół trendu tej zmiennej. Wahania te, mające skłonność do powtarzania się w określonym czasie, nie przekraczającym jednego roku, odzwierciedlają wpływ zachowań ludzi wynikających z „kalendarza” (pór dnia i roku, świąt itd.) na kształtowanie się wartości zmiennej prognozowanej.



Każda ze składowych szeregu czasowego wywiera specyficzny wpływ na kształtowanie się sprzedaży. Dlatego też często się dąży do ich wyodrębnienia i pomiaru. Ponieważ każda z nich z osobna jest bezpośrednio nieobserwowalna, stąd ich pomiar następuje przez **dekompozycję szeregu czasowego**. Identyfikację poszczególnych składowych szeregu czasowego konkretnej zmiennej umożliwia w wielu przypadkach – ocena wzrokowa sporządzonego wykresu. W tym celu można także stosować odpowiednie testy statystyczne.

Wykres szeregu czasowego umożliwia ponadto wykrycie obserwacji nietypowych oraz punktów zwrotnych. Występowanie w szeregu czasowym obserwacji nietypowych może w poważnym stopniu wpłynąć na rezultat procesu konstrukcji prognoz. Ma to duże znaczenie zwłaszcza w szeregach złożonych z niedużej liczby obserwacji, w których efekt wyrównywania obserwacji nietypowych przez typowe (tzw. efekt średniowania) jest mniejszy. Konieczne może być wówczas wyeliminowanie tego rodzaju obserwacji z szeregu czasowego.

Innym ważnym zagadnieniem jest występowanie w szeregu czasowym tzw. **punktów zwrotnych**. W punktach tych następuje zmiana kierunku trendu (ze wzrostowego na spadkowy, i odwrotnie) bądź zmiana tempa wzrostu lub spadku wartości zmiennej. Występowanie punktów zwrotnych, wpływające w istotny sposób na przebieg procesu prognozowania, może wymagać użycia określonych metod prognozowania, np. analogowych, heurystycznych bądź opartych na funkcjach segmentowych, a nie na funkcjach analitycznych trendu; w skrajnych sytuacjach może nawet udaremniać prognozowanie (np. uniemożliwiając określenie modelu trendu lub analogowego z powodu zbyt małej liczby obserwacji bądź braku kompetentnych ekspertów).

Modele szeregów czasowych z trendem

Obecnie będziemy rozważać modele szeregów czasowych sprzedaży, w których występują trend oraz wahania przypadkowe, a rolę zmiennej objaśniającej odgrywa zmienna czasowa. Zmienna ta nie jest bezpośrednią przyczyną zmian zachodzących w wartościach zmiennej prognozowanej, ale syntetyzuje wpływ bliżej nie znanych, nie ujmowanych w modelu czynników, stwarza możliwość opisu tych zmian w sposób ilościowy. Zmienna czasowa występuje w formie ciągu liczb całkowitych (na ogół naturalnych) reprezentujących kolejne momenty/okresy, którym odpowiadają wyrazy szeregu czasowego zmiennej prognozowanej. Zapis modelu odpowiedniego dla takiego szeregu będzie następujący:

$$y_t = f(t) + \zeta_t$$

lub

$$y_t = f(t)\zeta_t,$$

gdzie: $f(t)$ – funkcja trendu,

ζ – zmienna losowa, charakteryzująca efekty oddziaływania wahań przypadkowych na trend szeregu.

Zadanie wyznaczenia funkcji $f(t)$ jest nazywane **wyglądaniem** (wyrównywaniem) szeregu czasowego. Można tego dokonać, określając postać funkcji charakteryzującej trend szeregu i wyznaczając jej parametry, tj. stosując tzw. modele analityczne lub wykorzystując modele adaptacyjne, w których nie zakłada się *a priori* postaci analitycznej modelu, lecz wynika ona z zastosowania pewnych algorytmów „wygladzających” szereg czasowy zmiennej prognozowanej. Pierwszy sposób postępowania jest określany mianem „klasycznego”.



Modele analityczne

Określenie funkcji trendu metodą analityczną polega na znalezieniu funkcji $f(t)$, optymalnie pasującej, w świetle przyjętych kryteriów oceny, do wyrazów szeregu czasowego zmiennej prognozowanej. Sprawą o zasadniczym znaczeniu jest ustalenie postaci analitycznej funkcji trendu. Hipotezę dotyczącą postaci funkcji można oprzeć na przesłankach teoretycznych odnoszących się do określonego mechanizmu rozwojowego zmiennej prognozowanej. Do najczęściej używanych funkcji trendu należą funkcje:

1. liniowa:

$$y_t = \alpha + \beta t,$$

2. wykładnicza mającą postać:

$$y_t = e^{\alpha + \tilde{\beta}t} \quad \text{lub} \quad y_t = \alpha \beta^t,$$

3. potęgowa:

$$y_t = \alpha t^\beta,$$

4. logarymiczna:

$$y_t = \alpha + \beta \ln t,$$

5. wielomian stopnia drugiego (parabolę):

$$y_t = \alpha_0 + \alpha_1 t + \alpha_2 t^2,$$

6. wielomian (parabolę) odwrotnościowy:

$$y_t = \alpha_0 + \alpha_1 t^{-1} + \alpha_2 t^{-2},$$

7. liniowo-odwrotnościowa:

$$y_t = \alpha + \frac{\beta}{t},$$

8. ilorazowa:

$$y_t = \frac{\alpha t}{\beta + t}.$$

Po wyborze postaci funkcji trendu oraz wyznaczeniu ocen jej parametrów dokonuje się oceny jakości otrzymanego modelu. Przeprowadza się m.in. ocenę dopasowania modelu oraz badanie rozkładu reszt modelu.

Ocena zgodności (dopasowania) modelu z danymi empirycznymi ma na celu sprawdzenie, w jakim stopniu model wyjaśnia kształtowanie się dotychczasowych wartości zmiennej prognozowanej. Najprostszym miernikiem dopasowania modelu jest **odchylenie standardowe składnika resztowego modelu** (s):

$$s = \left[\frac{1}{n-m-1} \sum_{t=1}^n (y_t - \hat{y}_t)^2 \right]^{0,5},$$



gdzie: n – liczba obserwacji,

m – liczba zmiennych objaśniających modelu bez zmiennej stojącej przy wyrazie wolnym modelu.

Informuje ono o przeciętnych odchyleniach zaobserwowanych wartości rzeczywistych zmiennej prognozowanej od odpowiadających im wartości teoretycznych wyznaczonych z modelu. Jest wielkością mianowaną, wyrażoną w tych samych jednostkach miary co zmienna prognozowana oraz nie unormowaną.

Innym, często używanym miernikiem dopasowania modeli liniowych jest **współczynnik determinacji** R^2 :

$$R^2 = \frac{\sum_{t=1}^n (\hat{y}_t - \bar{y})^2}{\sum_{t=1}^n (y_t - \bar{y})^2}.$$

Gdy parametry modelu (z wyrazem wolnym) są szacowane metodą najmniejszych kwadratów, wówczas przyjmuje on wartości z przedziału $[0; 1]$, przy czym wyższe jego wartości świadczą o lepszym dopasowaniu modelu. Informuje on, jaką część całkowitej zmienności zmiennej prognozowanej wyjaśnia model.

Ponieważ wartość współczynnika determinacji R^2 wzrasta wraz z uwzględnianiem w modelu dodatkowych zmiennych, nie powinien on być używany do porównywania stopnia dopasowania modeli o różnej liczbie zmiennych objaśniających. Do tego celu używa się **skorygowanego współczynnika determinacji** \tilde{R}^2 :

$$\tilde{R}^2 = 1 - \frac{n-1}{n-m-1} (1 - R^2)$$

Nie mając tak intuicyjnej interpretacji jak R^2 (część wyjaśnianej zmienności zmiennej prognozowanej), używa się go na ogół tylko do wyboru zmiennych objaśniających modelu.

Oba współczynniki determinacji mają zastosowanie wyłącznie do modeli liniowych oraz do tych modeli nieliniowych względem zmiennych objaśniających, które są jednocześnie liniowe w stosunku do parametrów strukturalnych. Badanie rozkładu odchyłek losowych modelu dotyczy na ogół oceny ich symetrii, losowości, niezależności i nieobciążoności oraz normalności ich rozkładu.

Warunkiem użycia modelu do budowy prognoz jest przyjęcie założeń o:

- ♦ stabilności relacji strukturalnych w czasie, oznaczającej, że zarówno postać analityczna modelu, jak i wartości ocen jego parametrów nie ulegną zmianie w przedziale czasu, do którego odnosi się prognozę,
- ♦ stabilności rozkładu składnika losowego, umożliwiającej ocenę błędu *ex ante* prognozy.

Przyjęcie tych założeń określa sposób sporządzenia prognozy (ekstrapolacja modelu) i ocenę jej jakości *ex ante*. Stanowi to akceptację pasywnej postawy i zwykle jest stosowane przy budowie krótkookresowych prognoz sprzedaży.



Przyszłą wartość sprzedaży uzyskuje się przez **ekstrapolację funkcji trendu**, tj. przez podstawienie do modelu w miejsce zmiennej czasowej numeru okresu – τ , do którego odnosi się prognoza sprzedaży:

$$y_{\tau}^* = f(\tau) \quad \tau > n,$$

Tak wyznaczoną wielkość określa się mianem **prognozy punktowej**. Do oceny jej jakości używa się **bezwzględnego błędu prognozy ex ante**, który w przypadku liniowej funkcji trendu jest dany wzorem:

$$v_{\tau} = s \sqrt{\frac{(\tau - \bar{t})^2}{\sum_{t=1}^n (t - \bar{t})^2} + \frac{1}{n} + 1},$$

oraz **względnego błędu prognozy ex ante**:

$$\eta_{\tau} = \frac{v_{\tau}}{y_{\tau}^*} 100,$$

gdzie: s - odchylenie standardowe składnika resztowego modelu, określone wzorem (por. str. 16),

n - liczba wyrazów szeregu czasowego zmiennej prognozowanej,

\bar{t} - średnia wartość zmiennej czasowej w próbie, na podstawie której szacowano parametry modelu.

Często oprócz wyznaczenia prognozy punktowej konstruuje się **przedział prognozy** (prognozę przedziałową), tj. przedział liczbowy, do którego z góry zadany prawdopodobieństwem (p), zwanym **wiarygodnością** prognozy, należeć będzie przyszła wielkość sprzedaży.

Liniowy model wygładzania wykładniczego Holta

Do wygładzania szeregu czasowego sprzedaży, w którym występują trend i wahania przypadkowe, można zastosować liniowy model wygładzania wykładniczego Holta. Do opisu trendu używa się w nim wielomianu stopnia pierwszego (prostej). Równania tego modelu są następujące:

$$F_{t-1} = \alpha y_{t-1} + (1 - \alpha)(F_{t-2} + S_{t-2})$$

oraz

$$S_{t-1} = \beta(F_{t-1} - F_{t-2}) + (1 - \beta)S_{t-2},$$

gdzie: F_{t-1} – ocena wartości średniej w okresie $t - 1$,

S_{t-1} – ocena przyrostu trendu w okresie $t - 1$,

α, β – parametry modelu o wartościach z przedziału $[0; 1]$.

Równanie prognozy na okres $t > n$ ma następującą postać:

$$y_t^* = F_n + (t - n)S_n,$$

gdzie: y_t^* – prognoza sprzedaży wyznaczona na okres t ,



F_n – ocena wartości średniej w okresie n ,

S_n – ocena przyrostu trendu w okresie n ,

n – liczba wyrazów szeregu czasowego zmiennej prognozowanej.

Do budowy liniowego modelu wygładzania wykładniczego Holta są potrzebne początkowe wartości komponent F i S (F_1 i S_1). W literaturze można znaleźć wiele propozycji rozwiązania tego problemu. Jeden z możliwych sposobów polega na przyjęciu za F_1 pierwszej wartości zmiennej prognozowanej – y_1 , a za S_1 – różnicy $y_2 - y_1$. Za początkowe wartości F_1 i S_1 można przyjąć także odpowiednio: wyraz wolny oraz współczynnik kierunkowy liniowej funkcji trendu oszacowanej na podstawie próbkę wstępną. Drugim problemem związanym ze stosowaniem modelu Holta jest określenie wartości parametrów α i β . Poszukiwania tych wartości polegają najczęściej na przeprowadzeniu serii eksperymentów komputerowych polegających na stosowaniu różnych kombinacji wartości parametrów α i β , a następnie na wyborze tej, która minimalizuje błąd prognoz wygasłych.

Modele szeregów czasowych z wahaniami sezonowymi

Analizując szereg czasowy sprzedaży, dostrzegamy w nim często wahania sezonowe, tj. pewien cykl zmian, nazywany **cyklem sezonowym**, powtarzających się w tych samych mniej więcej rozmiarach (bezwzględnych lub względnych) co jakiś, w przybliżeniu stały odstęp czasu. Okresy, z których pochodzą poszczególne obserwacje (np. miesiące czy kwartały), nazywa się **sezonami**, kształtowanie (szybki wzrost, lekki wzrost, spadek itd.) się zaś sprzedaży w tych okresach – **fazami wahań**. Liczba tych faz (sezonów) w cyklu (12 faz dotyczących danych miesięcznych, 4 fazy dotyczące danych kwartalnych itd.) określa **długość cyklu (okres wahań)**. Sprzedaż może podlegać różnym wahaniami (o różnym okresie) jednocześnie. W celu przeprowadzenia analizy wahań musimy dysponować adekwatnymi do długości cyklu danymi statystycznymi. Tak więc gdy chcemy zbadać wahania o cyklu tygodniowym, musimy dysponować danymi dotyczącymi poszczególnych dni, z kolei gdy mamy rozważać wahania o okresie rocznym – danymi dotyczącymi półroczy, kwartałów lub miesięcy.

Wyodrębnienie wpływu wahań okresowych na kształtowanie się sprzedaży oraz jego uwzględnienie przy prognozowaniu podnosi precyzję przewidywań. Oczywiście przy konstruowaniu prognoz sprzedaży nie musi się uwzględniać wszystkich, występujących w rozwoju sprzedaży wahań. Chcąc abstrahować od wahań o określonej długości cyklu, musimy się posłużyć danymi dotyczącymi okresów zawierających pełen cykl wahań (np. w danych miesięcznych „gina” wahania o okresie tygodniowym i dobowym). Określenie wahań, które możemy pominąć w danej sytuacji, jest ściśle związane z okresami, do których odnosi się budowana prognoza. Na przykład przy konstrukcji miesięcznych prognoz sprzedaży możemy pominąć wahania tygodniowe; przy budowie prognoz kwartalnych – wahania miesięczne, tygodniowe itd.

Metoda wskaźników

Jest to jedna z częściej używanych metod w analizie wahań sezonowych. Polega ona na wyznaczeniu wskaźników sezonowości poszczególnych faz cyklu. Gdy amplitudy wahań (tj. różnice między rzeczywistymi wartościami prognozowanej zmiennej a odpowiadającymi im wartościami teoretycznymi uzyskanymi z modelu trendu) w analogicznych fazach cyklu są w przybliżeniu takie same, mówimy o **wahaniach bezwzględnie stałych**. Gdy zaś wielkości amplitud wahań zmieniają się w mniej więcej w tym samym stosunku, mówimy o **wahaniach względnie stałych**.



Do opisu kształtowania się sprzedaży można użyć w pierwszym przypadku modelu addytywnego:

$$y_{ti} = \hat{y}_{ti} + s_i + \xi_t, \quad t = 1, 2, \dots, n; \quad i = 1, 2, \dots, r.$$

Z kolei w drugim, częściej występującym przypadku stosuje się model multiplikatywny:

$$y_{ti} = \hat{y}_{ti} s_i \xi_t, \quad t = 1, 2, \dots, n; \quad i = 1, 2, \dots, r,$$

gdzie: y_{ti} - rzeczywista wielkość sprzedaży w okresie t w i -tej fazie cyklu,

\hat{y}_{ti} - teoretyczna wielkość sprzedaży w okresie t w i -tej fazie cyklu, wyznaczona z modelu trendu,

s_i - wskaźnik sezonowości dla i -tej fazy cyklu,

ξ - składnik losowy,

r - liczba faz cyklu.

Prognozy wielkości sprzedaży na okres $t > n$ można wyznaczyć jako:

$$y_{ti}^* = y_{ti}^{*(w)} + s_i$$

lub

$$y_{ti}^* = y_{ti}^{*(w)} s_i,$$

gdzie: y_{ti}^* - prognoza sprzedaży wyznaczona na okres t ,

$y_{ti}^{*(w)}$ - wstępna prognoza sprzedaży wyznaczona na okres t na podstawie modelu trendu,

s_i - wskaźnik sezonowości dla i -tej fazy cyklu.

Model wygładzania wykładniczego Wintersa

Gdy szereg czasowy sprzedaży zawiera trend, wahania sezonowe oraz wahania przypadkowe do prognozowania może być stosowany model wygładzania wykładniczego Wintersa. A oto równania addytywnej wersji modelu:

$$F_{t-1} = \alpha(y_{t-1} - C_{t-1-r}) + (1-\alpha)(F_{t-2} + S_{t-2}),$$

$$S_{t-1} = \beta(F_{t-1} - F_{t-2}) + (1-\beta)S_{t-2},$$

$$C_{t-1} = \gamma(y_{t-1} - F_{t-1}) + (1-\gamma)C_{t-1-r},$$

oraz multiplikatywnej wersji modelu:

$$F_{t-1} = \alpha \frac{y_{t-1}}{C_{t-1-r}} + (1-\alpha)(F_{t-2} + S_{t-2}),$$

$$S_{t-1} = \beta(F_{t-1} - F_{t-2}) + (1-\beta)S_{t-2},$$



$$C_{t-1} = \gamma \frac{y_{t-1}}{F_{t-1}} + (1-\gamma)C_{t-1-r},$$

- gdzie: F_{t-1} – ocena wartości średniej w okresie $t-1$,
 S_{t-1} – ocena przyrostu trendu w okresie $t-1$,
 C_{t-1} – ocena wskaźnika sezonowości dla okresu $t-1$,
 r – liczba faz cyklu sezonowego,
 α, β, γ – parametry modelu z przedziału $[0; 1]$.

Równania prognozy na moment/okres $t > n$ są następujące:

$$y_t^* = F_n + S_n(t-n) + C_{t-r}$$

(dla wersji addytywnej modelu)

$$y_t^* = (F_n + S_n(t-n))C_{t-r}$$

(dla wersji multiplikatywnej modelu),

gdzie: y_t^* – prognoza sprzedaży wyznaczona na okres t ,

Jeżeli poszczególne składowe szeregu czasowego zmieniają się szybko, to uważa się, że wartości parametrów wygładzania α , β i γ należy ustalić na poziomie bliskim jedności, w przeciwnym zaś razie – na poziomie bliskim zeru. Wartości tych parametrów można wybrać także metodą eksperymentu, minimalizując średni kwadratowy błąd prognoz wygasłych (dla prognoz z jednookresowym wyprzedzeniem).

Za wartości początkowe F_1 , S_1 i C_1, \dots, C_r można przyjąć odpowiednio:

- ◆ pierwszą wartość zmiennej prognozowanej, tj. y_1 , lub średnią z wartości w pierwszym cyklu,
- ◆ różnicę drugiej i pierwszej wartości zmiennej prognozowanej, tj. $y_2 - y_1$, lub różnicę średnich wartości zmiennej wyznaczonych dla drugiego i pierwszego cyklu,
- ◆ wyznaczoną na podstawie całego szeregu czasowego średnią różnic (dla modelu addytywnego) lub ilorazów (dla modelu multiplikatywnego), odpowiadających tej samej fazie cyklu sezonowego, wartości zmiennej prognozowanej i wygładzonych wartości trendu.

Modele ekonometryczne

Istotą modelowania ekonometrycznego jest konstrukcja modelu mającego na celu wyjaśnienie mechanizmu zmian zachodzących w prognozowanym zjawisku (w naszym przypadku sprzedaży) pod wpływem zmiennych objaśniających.

Model ekonometryczny jest konstrukcją formalną przedstawiającą za pomocą jednego równania lub układu równań zależności zachodzące pomiędzy zmienną objaśnianą (zmiennymi objaśnianymi) charakteryzującą wyróżnione zjawisko (np. sprzedaż) a zmiennymi objaśniającymi charakteryzującymi inne zjawiska. Stwarza możliwość oceny zarówno wpływu zmiennych objaśniających na zmienną objaśnianą, jak i budowy prognozy dla tej zmiennej. W razie



zastosowania modelu do celów prognostycznych (tak jak w naszej pracy) zmienna objaśniana odgrywa jednocześnie rolę zmiennej prognozowanej. Modelu używa się wówczas, gdy do uzyskania prognozy potrzebna jest znajomość mechanizmu zmian sprzedaży, co może być niekiedy ważne ze względu na to, iż zmienne objaśniające modelu, charakteryzujące strategię marketingową przedsiębiorstwa, są zmiennymi sterowanymi.

Ogólną postać jednorównaniowego modelu ekonometrycznego można przedstawić następująco:

$$Y = f(X_1, X_2, \dots, X_m, \xi),$$

gdzie: Y – zmienna prognozowana (np. sprzedaż),

X_1, X_2, \dots, X_m – zmienne objaśniające,

m – liczba zmiennych objaśniających modelu bez zmiennej stojącej przy wyrazie wolnym,

ξ – składnik losowy.

Zmiennymi objaśniającymi modelu mogą być:

- ◆ zmienne bez opóźnień czasowych,
- ◆ zmienne z opóźnionymi w czasie wartościami, np. X_{t-1}, X_{t-2} ,
- ◆ zmienne będące funkcjami innych zmiennych, np. $X^2, \ln X$,
- ◆ zmienna prognozowana o opóźnionych w czasie wartościach, np. Y_{t-1}, Y_{t-2} ,
- ◆ zmienna czasowa t lub jej funkcje, np. $t^2, \ln t$,
- ◆ zmienne zero-jedynkowe, reprezentujące zmienne jakościowe.

Używane do budowy modeli dane o przeszłych wartościach zmiennej prognozowanej i zmiennych objaśniających mogą występować w postaci szeregów zarówno przekrojowych, jak i czasowych.

Budowa modelu ekonometrycznego jest procesem wieloetapowym, w którym po określeniu zmiennej objaśnianej, charakteryzującej wielkość sprzedaży w naszym przypadku, pierwszym etapem jest wybór zmiennych objaśniających modelu, następnymi – określenie postaci analitycznej modelu, estymacja parametrów modelu, weryfikacja modelu, ostatnim zaś wnioskowanie na podstawie modelu, tj. w naszym przypadku konstrukcja prognozy. Należy jednak wyraźnie zaznaczyć, że ze względu na wzajemne powiązania między poszczególnymi etapami modelowania ich następstwo w czasie często nie musi być zachowane. Dotyczy to zwłaszcza sytuacji stosowania formalnych metod wyboru zmiennych objaśniających modelu. Wówczas to pewne założenia o postaci modelu powinny być poczynione na ogół przed użyciem tych metod. Na przykład jeśli wybór zmiennych jest oparty na współczynnikach korelacji liniowej obliczonych dla danych empirycznych (tj. bez transformacji zmiennych), to przyjmuje się niejawnie liniową postać modelu, o czym niestety zapomina się niekiedy, przyjmując inną jego postać. Niektóre z metod wyboru zmiennych, np. regresja krokowa, wymagają nie tylko wcześniejszego określenia postaci modelu, ale także jego estymacji. Kolejności, w jakiej więc będą omawiane poszczególne etapy modelu, nie należy traktować jako nienaruszalnej. Może ona się zmieniać w konkretnych sytuacjach prognostycznych.

Wybór zmiennych objaśniających modelu

Jednym z trudniejszych zagadnień związanych z budową modelu sprzedaży jest wybór zmiennych objaśniających. Okazuje się, że na kształtowanie się wielkości sprzedaży może wpływać wiele czynników, związanych zarówno z otoczeniem marketingowym przedsiębiorstwa, jak i ze stosowaną



przez przedsiębiorstwo strategią marketingową. Często wynika stąd konieczność ograniczenia ich liczby. Ograniczenie to ma na celu zapobieżenie wprowadzaniu do modelu zmiennych powtarzających informacje dostarczane przez inne zmienne oraz dostarczających informacji nieistotnych. Wiadomo także, że im większa jest różnica między liczbą obserwacji a liczbą zmiennych objaśniających, tym dokładniejsze uzyskuje się oceny estymowanych w trakcie budowy modelu wielkości. To zaś z kolei wpływa na jakość konstruowanych prognoz.

Z formalnego punktu widzenia przy konstrukcji modelu prognostycznego zmienne objaśniające powinny być silnie powiązane przyczynowo-skutkowo lub symptomatycznie ze zmienną prognozowaną (sprzedażą) oraz nie powiązane (lub jedynie słabo) między sobą. Mocne powiązanie zmiennych objaśniających ze zmienną prognozowaną gwarantuje, że model będzie dobrze dopasowany do danych empirycznych, słabe zaś ich wzajemne powiązania – że nie będą powielały dostarczanych przez siebie informacji. Jest to istotne ze względu na wielkość błędu *ex ante* budowanej prognozy oraz ze względu na stosowanie metody najmniejszych kwadratów, najczęściej używanej do estymacji parametrów modelu. Występowanie zjawiska współliniowości statystycznej zmiennych, z czym mamy do czynienia w przypadku wzajemnego skorelowania zmiennych objaśniających, ujemnie wpływa na jakość ocen parametrów strukturalnych modeli.

W literaturze można spotkać wiele formalnych metod wyboru zmiennych do modelu ekonometrycznego. Uważamy, że wybór ten powinien, po pierwsze, zawsze wynikać z przesłanek merytorycznych, tj. z istniejących teorii dotyczących funkcjonowania rynku, z wcześniej zdobytej wiedzy na temat czynników kształtujących sprzedaż, z wyników specjalnie przeprowadzonych badań marketingowych bądź z przypuszczeń dotyczących czynników wpływających na kształtowanie się poziomu sprzedaży. Na przykład wiadomo, że związek występujący między wydatkami na reklamę a sprzedażą jest związkiem przyczynowo-skutkowym, w którym występuje pewien dystans czasowy między przyczyną a skutkiem. Reklama może się przyczynić do wzrostu sprzedaży, lecz dopiero po jakimś czasie. Znajomość tego faktu może sugerować – w przypadku korzystania z danych w postaci szeregów czasowych – użycie jako zmiennych objaśniających modelu zmiennych z opóźnionymi w czasie wartościami. Możliwość uwzględnienia tego faktu przy wyborze zmiennych będzie jednak zależać z jednej strony od wielkości opóźnienia między reklamą a jej faktycznym wpływem na sprzedaż, z drugiej zaś od częstotliwości pomiaru zmiennych. Jeśli długość okresów, z których pochodzą obserwacje zmiennych: prognozowanej i objaśniających, będzie większa od występującego opóźnienia między reklamą a wynikającymi z niej skutkami w postaci zmiany wielkości sprzedaży, to wówczas możliwości użycia zmiennych z opóźnionymi w czasie wartościami będą całkowicie lub znacznie ograniczone do przypadków opartych na pewnych założeniach dotyczących np. rozkładu wydatków na reklamę w ciągu przyjętych w badaniu okresów.

Po drugie wybór zmiennych objaśniających modelu powinien wynikać z konkretnej sytuacji prognostycznej. Te same bowiem zmienne, charakteryzujące czynniki wpływające na wielkość sprzedaży, mogą w pewnych sytuacjach tracić swoje znaczenie przy konstrukcji prognozy sprzedaży, w innych zaś zyskiwać.

Po trzecie, wprowadzając zmienne do modelu, należy zawsze pamiętać o tym, że konstrukcja prognozy sprzedaży polega na ogół (z wyjątkiem modeli ze zmiennymi z opóźnionymi w czasie wartościami) na podstawieniu do modeli przyszłych wartości zmiennych objaśniających. Stąd naturalne powinno być dążenie, by było ich – przy dobrym opisie przez model sprzedaży – jak najmniej oraz by zmiennymi tymi były te, których przyszłe wartości stosunkowo łatwo ustalić. Jeśli jest to tylko możliwe, to powinny nimi być zmienne charakteryzujące strategię marketingową przedsiębiorstwa, tj. zmienne decyzyjne, oraz te zmienne charakteryzujące otoczenie marketingowe przedsiębiorstwa, których prognozy są dostępne lub możliwe do opracowania bez dużych nakładów



pracy i czasu. Uważa się bowiem, że wprowadzanie do modelu prognostycznego sprzedaży zmiennych, których przyszłe wartości trudno jest określić bądź nie można tego zrobić z wystarczającą dokładnością, będzie wpływało niekorzystnie na przebieg procesu prognostycznego sprzedaży, podwyższając jego koszty bądź pogarszając jakość uzyskiwanych prognoz, co nie musi być uzasadnione w każdej sytuacji prognostycznej.

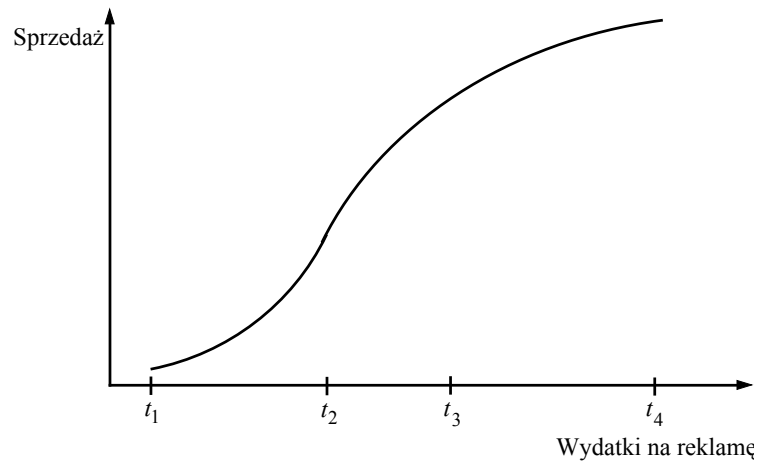
Liczba wytypowanych w ten sposób potencjalnych zmiennych objaśniających modelu, charakteryzujących otoczenie marketingowe przedsiębiorstwa i stosowaną przez nie strategię marketingową, jest – po ich selekcji wynikającej z dostępności danych statystycznych potrzebnych do szacowania parametrów modelu – na ogół tak mała, że istnieje praktyczna możliwość budowy modeli z wszystkimi merytorycznie uzasadnionymi kombinacjami zmiennych. Wybór tych kombinacji może ułatwiać znajomość stopnia ważności przypisywanego poszczególnym zmiennym ze względu na ich oddziaływanie na kształtowanie się sprzedaży. Zaletą tego postępowania jest to, że umożliwia dokonanie wielokryterialnego wyboru zmiennych. Kryteriami tymi mogą być np.: miary dopasowania modeli, istotność ocen parametrów strukturalnych modeli, liczba zmiennych objaśniających, łatwość uzyskania przyszłych wartości tych zmiennych. Formalne metody wyboru zmiennych do modeli na ogół są oparte na jednym kryterium, np. pojemności integralnej informacji czy istotności zmian wariancji resztowej modeli. Niekiedy w wyniku ich zastosowania uzyskuje się tylko jedną, najlepszą ze względu na przyjęte kryterium oceny kombinację zmiennych objaśniających. Nie używa się do budowy modelu odrzuconych kombinacji zmiennych, które być może niewiele ustępując pod względem zadanego kryterium, mogły być bardziej atrakcyjne ze względu na dalszy proces konstrukcji prognozy sprzedaży, tj. mniejszą liczbę zmiennych czy łatwiejsze uzyskanie przyszłych wartości tych zmiennych. Gdy jednak liczba potencjalnych zmiennych objaśniających jest duża, postępowanie to może okazać się zbyt pracochłonne. Wówczas można zastosować formalne metody wyboru zmiennych objaśniających do modelu, gdyż zbyt duża ich liczba w modelu powoduje określone konsekwencje, np. brak statystycznej istotności ocen parametrów strukturalnych modelu.

Wybór postaci analitycznej modelu

Ze względu na postać analityczną wyróżniamy modele: liniowe, nieliniowe sprowadzalne do postaci liniowej oraz nieliniowe *sensu stricto*, niesprowadzalne do postaci liniowej. W praktyce używa się najczęściej modeli liniowych, w których zmienna objaśniana jest liniową funkcją zmiennych objaśniających i składnika losowego, bądź modeli sprowadzalnych do postaci liniowej. Ich parametry szacuje się na ogół klasyczną metodą najmniejszych kwadratów. W etapie tym powinna zostać udzielona odpowiedź na pytanie, jaką postać analityczną nadać modelowi, by najlepiej odzwierciedlała związek łączący zmienną prognozowaną ze zmiennymi objaśniającymi. Prawidłowe wykonanie tego zadania nie jest łatwe, ponieważ nie ma w pełni obiektywnych i jednoznacznych procedur wyboru postaci modelu. Zadanie to jest też dodatkowo utrudnione, gdyż cel budowy modelu w naszym przypadku stanowi budowa prognoz. Model bowiem powinien niekiedy dobrze opisywać powiązania zmiennej prognozowanej i zmiennych objaśniających nie tylko dla wartości zaobserwowanych w próbie, na podstawie której jest budowany, ale także dla wartości zmiennych wykraczających poza dotychczasowy ich obszar zmienności.

Wybierając postać analityczną modelu można korzystać z teorii dotyczących badanych zależności bądź z doświadczeń wynikających z wcześniej prowadzonych badań oraz z wniosków wpływających z analizy zebranych danych statystycznych. Najprostszy sposób określania postaci analitycznej modelu ekonometrycznego polega na jej doborze na podstawie oceny wzrokowej sporządzonego wykresu zaobserwowanych wartości zmiennej prognozowanej i zmiennej objaśniającej. Na ogół za odcięte punktów wykresu przyjmuje się wartości zmiennej objaśniającej,

za rzędne zaś – wartości zmiennej prognozowanej. Rozrzut tak wykreślonych punktów sugeruje wybór odpowiedniej postaci analitycznej modelu. To postępowanie może być stosowane przede wszystkim do modeli z jedną zmienną objaśniającą, do modeli zaś z wieloma zmiennymi objaśniającymi tylko przy pewnych założeniach ograniczających klasę możliwych do zastosowania funkcji regresji do funkcji liniowych względem parametrów. Dlatego też, jeśli jest to możliwe, to powinno się przy określaniu postaci modelu zawsze korzystać z przesłanek merytorycznych, gdyż jej wybór na podstawie oceny wzrokowej wykresu może prowadzić do błędnych rozstrzygnięć.



Rys. 4. Wydatki na reklamę a wielkość sprzedaży

Wiadomo z badań, że związek między wielkością sprzedaży a wysokością nakładów na reklamę jest nieliniowy. Początkowo rosnącym wydatkom na reklamę odpowiadają coraz większe przyrosty krańcowe wielkości sprzedaży, następnie – po przekroczeniu pewnej wielkości wydatków – coraz mniejsze przyrosty sprzedaży (rys.4).

Odpowiednim więc modelem może się okazać np. krzywa Gompertza:

$$Y = a\beta^{\delta^x}, \quad a > 0, \quad 0 < \beta < 1, \quad 0 < \delta < 1$$

lub logistyczna:

$$Y = \frac{\alpha}{1 + \beta e^{-\delta x}}, \quad \alpha > 0, \quad \beta > 1, \quad \delta > 0.$$

W razie wyboru postaci modelu na podstawie danych pochodzących z krótszego od $(t_1; t_4)$ przedziału czasu analiza wzrokowa wykresu może prowadzić do wyboru innej postaci modelu. Tak więc wykres wydatków na reklamę pochodzących z przedziału $(t_1; t_2)$ mógłby sugerować wybór liniowej postaci modelu, sporządzony zaś dla danych pochodzących z przedziału $(t_1; t_3)$ – wybór postaci wielomianowej, wykładniczej czy potęgowej. Te postacie modelu mogły być odpowiednie, lecz jedynie dla wartości zmiennych pochodzących z pewnych przedziałów liczbowych. Użycie tych modeli do konstrukcji prognoz sprzedaży będzie prowadziło, przy wydatkach na reklamę wykraczających poza podane wcześniej przedziały liczbowe, do błędnych prognoz.



Użycie do budowy modelu próby, w której można już zaobserwować zmiany postaci związku między zmienną prognozowaną a zmiennymi objaśniającymi, prowadzi na ogół do gorszego dopasowania modelu do danych empirycznych i szybkiej jego dezaktualizacji. W miarę napływu nowych, bardziej aktualnych danych i ponownej estymacji parametrów modelu może niekiedy wystąpić potrzeba usuwania obserwacji starszych, ze względu na potrzebę zachowania jednorodności próby. Jeśli ocena wzrokowa sporządzonego wykresu bądź przesłanki merytoryczne nie wskazują jednoznacznie na odpowiednią w danej sytuacji progностycznej postać modelu, to wówczas tę postać można określić metodą kolejnych empirycznych przybliżeń. Polega ona na szacowaniu modeli o różnych postaciach analitycznych i wyborze tego, który spełnił przyjęte kryterium oceny modeli. Najczęściej kryterium to jest oparte na wybranym mierniku dopasowania modeli do danych empirycznych (np. współczynnika determinacji R^2). Gdy celem budowy modelu jest użycie go do konstrukcji prognoz, kryterium to może być oparte na bezwzględny lub względny błędzie prognozy *ex ante*. Za odpowiedni bowiem model można uznać ten, na podstawie którego wyznaczone prognozy charakteryzowały się najmniejszymi błędami *ex ante*, nie przekraczającymi przyjętych wcześniej wielkości dopuszczalnych.

Jeśli wybór postaci modelu został przeprowadzony przez analizę statystyczną zebranego materiału empirycznego (na podstawie wykresów zaobserwowanych wartości zmiennych, statystycznej oceny jakości zbudowanych modeli), obejmującego stosunkowo niewielką liczbę obserwacji, to wówczas, jak można sądzić, horyzont wyznaczonych za pomocą tego modelu prognoz nie powinien być zbyt długi, same zaś prognozy należy traktować z większą ostrożnością niż przy wyborze postaci modelu na podstawie wiedzy merytorycznej. Chodzi tutaj o to, iż przyjęta na podstawie dotychczas zaobserwowanych w dostępnym materiale statystycznym prawidłowości postać modelu może się okazać nieadekwatna do przyszłego przebiegu analizowanych zjawisk.

Jak to już podkreślano, wybór postaci modelu jest determinowany charakterem związków łączących sprzedaż ze zmiennymi objaśniającymi. W praktyce jest on pośrednio związany także z liczbą zmiennych objaśniających budowanego modelu. W razie bowiem konstrukcji modelu z jedną zmienną objaśniającą jego postać może być bardziej skomplikowana, natomiast przy większej liczbie zmiennych objaśniających jest ona na ogół prostsza.

Estymacja i weryfikacja modelu

Estymacja parametrów modelu powinna być tak przeprowadzona, by jej rezultatem był model jak najlepiej dopasowany do danych empirycznych zmiennej prognozowanej. Najczęściej stosowaną metodą szacowania parametrów modeli liniowych oraz nieliniowych, sprowadzalnych do postaci liniowej, jest metoda najmniejszych kwadratów. Polega ona na znalezieniu takich ocen parametrów strukturalnych modelu, przy których suma kwadratów odchyłeń (e_i) rzeczywistych wartości zmiennej prognozowanej (y_i) od odpowiadających im wartości teoretycznych wynikających z modelu (\hat{y}_i) była najmniejsza.

Ocena wariancji odchyłeń losowych modelu jest dana wzorem:

$$s^2 = \frac{1}{n-m-1} \sum_{i=1}^n e_i^2 = \frac{1}{n-m-1} \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2,$$

z kolei **macierz wariancji i kowariancji ocen parametrów strukturalnych** modelu jest szacowana na podstawie wzoru:



$$D^2(a) = \begin{bmatrix} D^2(a_0) & \text{cov}(a_0, a_1) & \dots & \text{cov}(a_0, a_m) \\ \text{cov}(a_1, a_0) & D^2(a_1) & \dots & \text{cov}(a_1, a_m) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \text{cov}(a_m, a_0) & \text{cov}(a_m, a_1) & \dots & D^2(a_m) \end{bmatrix} = s^2(X^T X)^{-1}.$$

Na głównej przekątnej znajdują się oszacowania wariancji ocen parametrów ($D^2(a_i)$), a poza główną przekątną – oszacowania kowariancji ocen parametrów ($\text{cov}(a_i, a_j)$). Wielkości $D(a_i)$ są **standardowymi błędami ocen parametrów strukturalnych**.

Przed przystąpieniem do prognozowania oszacowany model należy poddać statystycznej weryfikacji. Chodzi przede wszystkim o sprawdzenie:

1. stopnia zgodności modelu z danymi empirycznymi,
2. istotności ocen parametrów strukturalnych,
3. rozkładu odchyłeń losowych modelu.

Jeśli się okaże, że uzyskane w trakcie weryfikacji modelu wyniki nasuwają pewne wątpliwości dotyczące poprawności modelu, to należy ten model poprawić. Przyczyny powodujące złą jakość modelu mogą być związane z wszystkimi poprzednimi etapami jego budowy, tj. doбором zmiennych modelu, doбором postaci modelu, metodą estymacji parametrów modelu. Zazwyczaj nie wiadomo, co jest przyczyną złej jakości modelu, często więc model poprawia się metodą kolejnych empirycznych przybliżeń.

Do oceny stopnia zgodności modelu z danymi empirycznymi używa się najczęściej przedstawionych przy omawianiu analitycznych modeli trendu mierników dopasowania modelu, tj. współczynnika determinacji R^2 , skorygowanego współczynnika determinacji \bar{R}^2 .

Badanie istotności parametrów strukturalnych liniowego modelu ekonometrycznego może dotyczyć poszczególnych parametrów bądź całego wektora parametrów.

Weryfikacja rozkładu odchyłeń losowych modelu polega przede wszystkim na ocenie ich symetrii, losowości, niezależności i nieobciążoności oraz normalności ich rozkładu. Tok postępowania jest podobny jak przy analitycznych modelach trendu.

Konstrukcja prognozy

Zbudowany i pozytywnie zweryfikowany model ekonometryczny może – przy przyjęciu określonych założeń – stanowić podstawę konstrukcji prognoz. Na ogół zakłada się, że:

1. Występuje stabilność relacji wiążących zmienną prognozowaną ze zmiennymi objaśniającymi, oznaczająca, że postać oraz wartości parametrów modelu, wynikające z dotychczasowego oddziaływania zmiennych objaśniających na zmienną prognozowaną, będą także właściwe dla okresu, na który jest budowana prognoza. Ocena prawdziwości tego założenia może być dokonana przez weryfikację postaci i parametrów modelu wraz z napływem nowych danych.
2. Rozkład składnika losowego nie zmienia się w czasie, co oznacza, że nie pojawią się w okresie prognozy nowe, ważne zmienne wpływające na zmienną prognozowaną, oddziaływanie zaś dotychczasowych nie zmienia się w czasie.
3. Znane są wartości zmiennych objaśniających w okresie, do którego odnosi się budowana prognoza, lub w przypadku modelu ze zmiennymi opóźnionymi w okresie wcześniejszym, wynikającym z przyjętego w modelu opóźnienia. Wartości zmiennych charakteryzujących

otoczenie marketingowe przedsiębiorstwa można uzyskać w przypadku prognozy sprzedaży przez: wykorzystanie istniejących już prognoz lub założeń określających ich przyszłe wielkości (np. wskaźnik inflacji, stopa bezrobocia, wskaźnik koniunktury), budowę dla nich własnych prognoz, przyjęcie w przypadku zmiennych opóźnionych ich rzeczywistych wartości. Wartości zmiennych charakteryzujących strategię marketingową przedsiębiorstwa powinny wynikać z tej strategii.

4. Dopuszczalna jest ekstrapolacja modelu poza obszar zmienności zmiennych objaśniających zaobserwowany w próbie, na której podstawie został on zbudowany. Może się mianowicie okazać, że w okresie, do którego odnosi się wyznaczana prognoza, wystąpią wartości zmiennych objaśniających, wykraczające poza ich dotychczasowy obszar zmienności, dla których zbudowany model okaże się niewłaściwy. Należy zwrócić tutaj uwagę, że już samo zbadanie, czy wartości zmiennych objaśniających wykraczają czy nie poza ich obszar zmienności zaobserwowany w próbie może w przypadku modelu z wieloma zmiennymi nastęrczać wiele trudności.

Konstrukcja prognozy punktowej polega na ekstrapolacji modelu przez podstawienie odpowiednich wartości za zmienne objaśniające. Oblicza się ją według formuły:

$$y_t^* = \sum_{i=0}^m a_i x_{i,t}^*$$

a jej **bezwzględny błąd *ex ante*** według wzoru:

$$v_t = \sqrt{\sum_{i=0}^m x_{i,t}^{*2} D^2(a_i) + 2 \sum_{i=0}^{m-1} \sum_{j>i} x_{i,t}^* x_{j,t}^* \text{cov}(a_i, a_j) + s^2},$$

gdzie: y_t^* – prognoza sprzedaży na okres t ,

v_t – bezwzględny błąd prognozy *ex ante*,

a_i – ocena parametru a_i modelu,

$x_{i,t}^*$ – wartość i -tej zmiennej objaśniającej modelu w okresie t ,

$D^2(a_i)$ – wariancja oceny parametru a_i ,

$\text{cov}(a_i, a_j)$ – kowariancja ocen parametrów a_i i a_j ,

s^2 – ocena wariancji odchyłeń losowych,

m – liczba zmiennych objaśniających modelu bez zmiennej stojącej przy wyrazie wolnym.

Podobnie jak w przypadku analitycznych modeli trendu **względny błąd prognozy *ex ante*** wyznacza się dzieląc wartość bezwzględnego błędu prognozy *ex ante* przez prognozę. Analogicznie też konstruuje się **przedział prognozy** (prognozę przedziałową).



Zakończenie

Prognozowanie jest sztuką opartą na wiedzy. Umiejętność (sztuka) bez wiedzy (nauki) oznacza stagnację i niemożność przekazania wiadomości. Przewidywania oparte jedynie na sztuce (doświadczeniu) mogą być trafne, jeśli dotyczą zjawisk dobrze znanych prognoście. Mogą być jednak zawodne, gdy dotyczą innych zjawisk lub zjawisk zachodzących w innych obiektach. Także sama wiedza (nauka) bez umiejętności (sztuki) jest często bezużyteczna, a nawet niebezpieczna. Prognozowanie zatem powinno obejmować zarówno naukę, jak i sztukę.

Korzystanie z wiedzy w prognozowaniu oznacza, iż w procesie budowy prognoz czerpie się z dorobku nauki, obejmującego jej ogólną metodologię, teorie odnoszące się do prognozowanych zjawisk i narzędzia badawcze (np. modele prognostyczne). Sama nauka nie gwarantuje jednak osiągnięcia sukcesu w prognozowaniu. Prognosta musi być także praktykiem. Nie znajduje bowiem w nauce odpowiedzi na wszystkie swoje pytania, nauka nie mówi mu wszystkiego, co jest mu potrzebne, a prognosta nie może czekać do chwili, kiedy będzie w stanie to uczynić. Musi już przewidywać. Musi wyjść poza to co jest całkowicie pewne, wkraczając w dziedzinę tego, co jest jedynie dostrzegane w mglistym zarysie. Praktyk korzysta z nauki, a następnie skacze w nieznanie, nie na ślepo i nieświadomie, lecz wierząc w prawdziwość przyjętych przesłanek prognostycznych – niemniej jednak skacze.

Żadna szkoła, żadna książka nie sprawi, że będziemy potrafili dobrze prognozować. Tego można nauczyć się tylko samemu. Można stać się dobrym prognostą jedynie budując prognozy. Najlepszym nauczycielem jest doświadczenie. Jedyne, co może zrobić szkoła, to przedstawić pewien punkt widzenia i pewne narzędzia badawcze służące do uogólniania doświadczeń i do konstrukcji prognoz w konkretnych sytuacjach prognostycznych. Może to pomóc w szybszym nabieraniu umiejętności prognozowania.