



PLANOWANIE DOŚWIADCZEŃ – MOŻLIWOŚĆ CZY KONIECZNOŚĆ

Jacek Pietraszek

Politechnika Krakowska, Instytut Informatyki Stosowanej

Prezentowany artykuł poświęcony jest wybranym zagadnieniom planowania doświadczeń. Po przedstawieniu najważniejszych informacji niezbędnych do zrozumienia koncepcji leżących u podłoża tych metod zaprezentowany zostanie przykład ich zastosowania. Wszystkie potrzebne obliczenia oraz wykresy zostały wykonane za pomocą programu *STATISTICA*.

Wprowadzenie

Pomimo kilkudziesięcioletniej już historii planowanie doświadczeń, zwane także teorią eksperymentu, jest dla większości osób pojęciem nowym. Stanowi jednak w bibliografii światowej [1-4] uznaną powszechnie i nadal intensywnie rozwijaną dyscyplinę naukową.

Dlaczego powstało i trwa stale zainteresowanie teorią eksperymentu wyjaśnia krótki szkic rozumowania:

- ◆ ludzie kupują to, co jest nowe, dobre jakościowo i tanie,
- ◆ aktualnie wszelkie innowacje techniczne – przynoszące zyski – powstają zazwyczaj na podstawie badań naukowych, przede wszystkim badań stosowanych,
- ◆ badania naukowe to – ujmując najzwężej – teoria i eksperyment, przy czym koszty eksperymentów są niewspółmiernie duże w porównaniu z pracami teoretycznymi; do tego ze względów konkurencyjnych należy je realizować jak najszybciej, przyczyną jest globalizacja i brutalna zasada: *pierwszy bierze wszystko*,
- ◆ teoria eksperymentu powstała w tym celu, aby umożliwić uzyskanie niezbędnej doświadczalnej informacji naukowej możliwie szybko i przy kosztach ograniczonych do niezbędnego minimum.

Teoria ta powstała w latach trzydziestych XX wieku, stosowana była początkowo w agronomii, natomiast zastosowania techniczne znalazła w czasie II wojny światowej, gdy gwałtowny rozwój techniki wojennej wymusił drastyczne skrócenie wszelkich badań. Ponowny rozkwit nastąpił w latach sześćdziesiątych i był pochodną amerykańskiego programu lotów kosmicznych, w szczególności programu Apollo. Budowa nowych, dotąd niespotykanych urządzeń i stosowanie wielu nowych materiałów wiązało się z koniecznością prowadzenia badań na taką skalę, że ich wykonanie i przetworzenie uzyskanych



wyników metodami tradycyjnymi było zwyczajnie niemożliwe w tak krótkim czasie, jaki wyznaczył prezydent Kennedy: lądowanie człowieka na Księżycu przed końcem dekady lat sześćdziesiątych.

Powyższy opis, z konieczności powierzchowny, wymaga dokładniejszego wyjaśnienia, zamieszczonego poniżej.

Czym jest planowanie doświadczeń

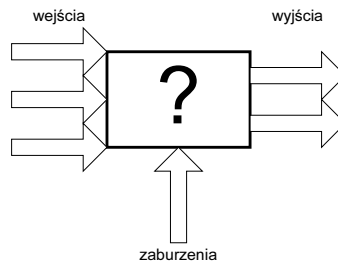
Planowanie doświadczeń (ang. *design of experiment*, w skrócie DOE) jest interdyscyplinarną dziedziną nauki leżącą na pograniczu metrologii, matematyki stosowanej, statystyki i informatyki. Jej celem jest uzyskanie odpowiedzi na pytanie:

*jak zaplanować doświadczenie,
aby przy możliwie najmniejszych kosztach
uzyskać jak najwięcej użytecznej informacji.*

To krótkie sformułowanie wymaga wprowadzenia kilku pojęć niezbędnych do zrozumienia całego zagadnienia, takich jak: przedmiot badań, cel badań, zakres badań, plan doświadczenia.

Przedmiot badań

Przedmiotem badania jest pewien obiekt (np. urządzenie, proces technologiczny, zależność ekonomiczna itd.), który – z uwagi na nieznaną dokładną budowę – musi być opisany w kategoriach „czarnej skrzynki”: posiada kilka wejść, które pozostają pod kontrolą osoby przeprowadzającej badania oraz jedno lub kilka wyjść, których stany (wartości) są obserwowane i mierzone. Prócz kontrolowanych wejść, na obiekt działają także czynniki albo pozostające poza kontrolą badacza, albo wręcz nieznanne dla niego (zob. rysunek poniżej).



W takim ujęciu obiekt badań ma charakter uniwersalny i cechują go głównie:

- ♦ wielkości wejściowe, które mogą przyjmować różne wartości z ustalonych przedziałów,
- ♦ wielkość wyjściowa, która zależy od wielkości wejściowych, tworząc tzw. funkcję obiektu badań; to właśnie funkcja obiektu badań stanowi podstawową informację naukową umożliwiającą m. in. optymalizację i sterowanie numeryczne.



Cel badań

Celem badania jest określenie przybliżonego związku, który opisuje reakcje obiektu na wprowadzane zmiany wejść. Ujmując to w kategoriach matematycznych, można powiedzieć, iż celem jest znalezienie związku wiążącego wielkości wejściowe z wielkościami wyjściowymi. Związek ten jest tylko aproksymacją, czyli przybliżeniem nieznanego, rzeczywistego powiązania istniejącego wewnątrz obiektu. W większości zastosowań uzyskanie jednak takiego przybliżenia w krótkim czasie i za rozsądną cenę jest całkowicie wystarczające. Złożoność obliczeniowa efektywnych metod teorii eksperymentu jest zazwyczaj tak duża, że konieczne staje się wykorzystanie komputera jako narzędzia do przeprowadzenia niezbędnych obliczeń. Nieoceniona staje się tu pomoc uzyskiwana dzięki wyspecjalizowanemu oprogramowaniu statystycznemu, uwzględniającemu specyfikę metod teorii eksperymentu. Takim właśnie programem jest *STATISTICA*, która m.in. zawiera moduł odpowiedzialny za planowanie doświadczeń.

Zakres badań

Zakres badań zależy od stawianych pytań oraz pozostającego w dyspozycji budżetu i wymaganego terminu udzielenia odpowiedzi. W najprostszych przypadkach (zazwyczaj na początku badań) pragnie się przede wszystkim określić, które czynniki w sposób statystycznie istotny wpływają na badany obiekt. Pozwala to od razu wyeliminować czynniki nieistotne, których zbędne uwzględnianie w programie badań niepotrzebnie podnosiłoby koszty i przedłużało czas konieczny do ich przeprowadzenia. Po określeniu istotnych wielkości wejściowych można przejść do dokładniejszych badań, których celem jest stworzenie związku matematycznego wiążącego wielkości wejściowe i wyjściowe. Na koniec dochodzi się do zwięźczenia: znalezienia wartości wielkości wejściowych, które zrealizują pożądany stan wyjść obiektu. W przypadku niektórych podejść, m.in. Taguchi, część związana z określaniem związku aproksymującego jest realizowana niejawnie i od razu przechodzi się do określania stanów optymalnych związanych z rozważanym kryterium jakości.

Plany doświadczenia

W trakcie badań niezbędne jest przeprowadzenie serii doświadczeń, w trakcie których bada się odpowiedź obiektu na pewne ściśle określone wartości wielkości wejściowych. Takie zestawy wartości wielkości wejściowych noszą nazwę planów doświadczeń (ang. *designs*). W ujęciu tradycyjnym przedział zmienności każdej wielkości wejściowej zostałby podzielony na równe odcinki, a wszystkie możliwe kombinacje ich wartości odpowiadałyby poszczególnym doświadczeniom. Tak było przez wiele lat, jednak w wieku XX złożoność procesów stała się tak duża, a liczba istotnych wielkości wejściowych tak wielka, że metody tradycyjne stały się nieefektywne, a niekiedy wręcz niemożliwe do zastosowania.

Przykładowo: obiekt o 8 wielkościach wejściowych, czas jednego doświadczenia 1 dzień, koszt 1 500 zł. Postępowanie tradycyjne, uwzględniające dwie wartości dla każdej wielkości, prowadzi do programu badań obejmującego $2^8=256$ doświadczeń, czyli 51 tygodni roboczych, a koszt całości wynosi 384 000 zł. Analogiczny program badań zaprojektowany



zgodnie z teorią eksperymentu obejmuje 16 doświadczeń (plan dwuwartościowy $2^{(8-4)}$), czyli nieco ponad trzy tygodnie robocze, a koszt całości wynosi 24 000 zł. Tak zaplanowane badanie zrealizowane jest za ok. 6 % kosztów metody tradycyjnej i w odpowiednio krótkim czasie, a uzyskuje się wiarygodne wyniki i dysponuje się kompletną dokumentacją statystyczną.

W celu łatwiejszego stosowania plany doświadczeń zostały skodyfikowane, a wartości tam zamieszczone są bezwymiarowe i pochodzą z małych przedziałów w otoczeniu zera. Plany takie, zwane unormowanymi, wymagają tzw. denormalizacji, która polega na przeliczeniu wartości normowanych na rzeczywiste, które mają bezpośrednie zastosowanie w trakcie badań. Poniżej zamieszczony jest przykładowy plan, po lewej stronie jako unormowany, po prawej jako rzeczywisty.

Standard Układ	X1	X2	X3
1	-1	-1	1
2	1	-1	-1
3	-1	1	-1
4	1	1	1

Standard Układ	X1	X2	X3
1	100	20	20
2	200	20	15
3	100	30	15
4	200	30	20

Z uwagi na zróżnicowanie potrzeb powstały różne plany doświadczeń: plany dwuwartościowe, które służą do określania związków liniowych oraz – w szczególnej odmianie planów eliminacyjnych – do identyfikacji istotnych wielkości wejściowych; plany trójwartościowe pozwalające na badanie obiektów, w przypadku których relacje wejście-wyjście są nieliniowe; plany centralne kompozycyjne służące przede wszystkim do określania tzw. powierzchni odpowiedzi; różne odmiany planów dla mieszanin; tablice ortogonalne dla metody Taguchi i wiele innych. Większość planów jest uwzględniona w module *Planowanie doświadczeń*, który jest częścią składową programu *STATISTICA*.

Analiza wyników

Do czasu szerokiego wprowadzenia komputerów zasadniczą trudnością napotykaną w trakcie stosowania planowania doświadczeń były obliczenia niezbędne do uzyskania końcowych wyników. Obecnie komputery osobiste wspomagane dużymi bazami danych usunęły w cień problemy obliczeniowe, a na czoło wysunęły się problemy pojęciowe związane z prowadzeniem analizy wyników:

- ◆ jakie testy zastosować,
- ◆ jak zinterpretować uzyskane wyniki.

Nie jest celem tego artykułu szczegółowe wyjaśnianie powyższych aspektów. Można tylko w największym skrócie stwierdzić, że podstawowym narzędziem jest *analiza wariancji* (ANOVA) oraz bardzo obrazowy *wykres Pareto* efektów standaryzowanych.



Pamiętać należy, że żaden program nie zastąpi wiedzy i doświadczenia badacza, a bezkrytyczne przyjmowanie wyników dostarczanych przez program analityczny może prowadzić do wyciągania absurdalnych wniosków.

Normalizacja ISO 3534-3

Codziennością w warunkach przemysłowych stało się certyfikowanie systemów zarządzania jakością, tworzonych przede wszystkim na podstawie norm ISO 9000. Metodyka planowania doświadczeń jest jednym z narzędzi służących do zbudowania wymaganego przez normę modelu procesu. Doprowadziło to w roku 1999 do poszerzenia przez komitet TC 69/SC 1 normy obejmującej metody statystyczne o część dotyczącą planowania doświadczeń: ISO 3534-3 *Statistics - Vocabulary and symbols - Part 3: Design of experiments*.

Norma ta jest obecnie tłumaczona w celu opublikowania jej jako normy PN-EN.

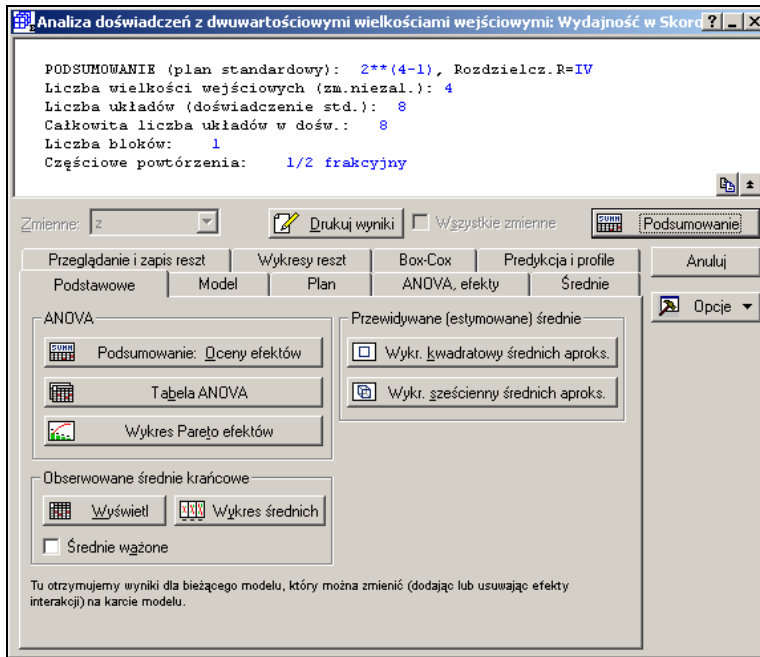
Przykład

Celem badań jest zwiększenie wydajności procesu technologicznego sterowanego poprzez nastawy czterech dwuwartościowych wielkości: x_1 , x_2 , x_3 i x_4 [3]. Badanie może być zrealizowane albo poprzez zastosowanie tzw. planu kompletnego 2^4 , czyli obejmującego wszystkie możliwe kombinacje nastaw (16 układów) [3, s.126], albo poprzez zastosowanie tzw. planu frakcyjnego $2^{(4-1)}$ [3, s.174] obejmującego tylko wybraną część planu kompletnego (8 układów). Dobór układów jest zagadnieniem nietrywialnym opisanym m.in. w [2, 3]. Wybrano plan frakcyjny, a uzyskane wyniki pomiarów zamieszczono w tabeli 1.

Tabela 1. Plan frakcyjny i uzyskane wyniki pomiarów wydajności.

Lp.	x1	x2	x3	x4	z
1	-1	-1	-1	-1	90
2	1	-1	-1	1	62
3	-1	1	-1	1	87
4	1	1	-1	-1	63
5	-1	-1	1	1	99
6	1	-1	1	-1	61
7	-1	1	1	-1	88
8	1	1	1	1	60

Po wprowadzeniu uzyskanych danych i przejściu do analizy do dyspozycji badacza program *STATISTICA* daje przedstawione poniżej okno dialogowe.



Po wybraniu *Podsumowanie: Oceny efektów* uzyskuje się zamieszczoną poniżej tabelkę prezentującą tzw. *efekty*, czyli zmianę wartości wydajności przy skrajnej zmianie danego czynnika, a niezmiennych wartościach pozostałych czynników wejściowych. Dwa pierwsze wiersze są zaznaczone kolorem czerwonym, co oznacza, że efekty te są statystycznie istotne przy przyjętym poziomie istotności (tu 5%).

Oceny efektów ; Zmn.: z; R ² = ,96649; Popr.:92182 (Wydajność w Skoroszyt1) 2**(4-1) plan; Resztowy MS=20,5 DV: z										
Wejśc.	Efekt	Bł. std.	t(3)	p	-95, % Gran. ufn	+95, % Gran. ufn	Wsp.	Bł. std. Wsp.	-95, % Gran. ufn	+95, % Gran. ufn
Średn./Stała	76,2500	1,600781	47,63300	0,00020	71,1556	81,3444	76,2500	1,600781	71,1556	81,34440
(1)x1	-29,5000	3,201562	-9,21425	0,002704	-39,6888	-19,3112	-14,7500	1,600781	-19,8444	-9,65560
(2)x2	-3,5000	3,201562	-1,09322	0,354224	-13,6888	6,6888	-1,7500	1,600781	-6,8444	3,34440
(3)x3	1,5000	3,201562	0,46852	0,671354	-8,6888	11,6888	0,7500	1,600781	-4,3444	5,84440
(4)x4	1,5000	3,201562	0,46852	0,671354	-8,6888	11,6888	0,7500	1,600781	-4,3444	5,84440

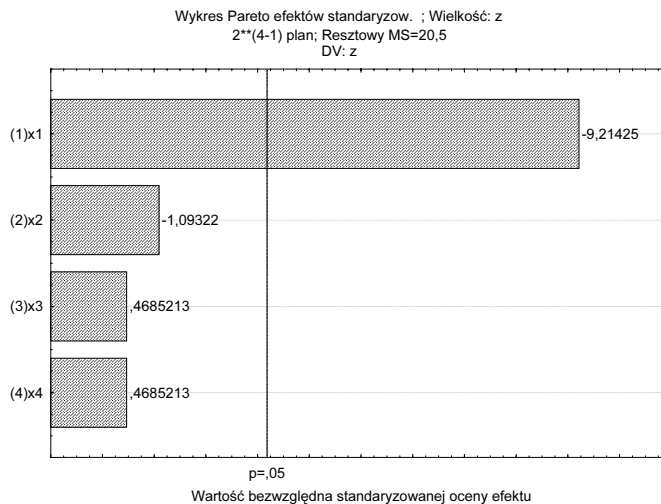
Wynika stąd wniosek, że – przy założeniu modelu liniowego przyjętego poprzez wybór planu frakcyjnego dwuwartościowego – znaczący wpływ na wartość wydajności ma wielkość wejściowa x_1 , a pozostałe wielkości mogą być uznane za nieistotne. Pamiętając o głównym celu badania – maksymalizacji wydajności – można ustalić, iż zwiększenie wartości czynnika x_1 (w sensie wartości unormowanych) znacząco zmniejsza wydajność, gdyż jest to określone ujemnym znakiem wartości efektu. Pozostałe efekty nie są statystycznie istotne, więc trudno się wypowiadać o ich wpływie, gdyż może to być wyłącznie artefakt losowy.



Analiza wariancji ANOVA potwierdza te ustalenia (tabela poniżej), wskazując dominujący wpływ wielkości x_1 (wiersz zaznaczony kolorem czerwonym), ale tu nie można określić charakteru wpływu.

ANOVA; Zmn.: z; R ² = ,96649; Popr. ,92182 (Wydajność w Skoroszyt1) 2**(4-1) plan; Resztowy MS=20,5 DV: z					
Wejśc.	SS	df	MS	F	p
(1)x1	1740,500	1	1740,500	84,90244	0,002704
(2)x2	24,500	1	24,500	1,19512	0,354224
(3)x3	4,500	1	4,500	0,21951	0,671354
(4)x4	4,500	1	4,500	0,21951	0,671354
Błąd	61,500	3	20,500		
Całk. SS	1835,500	7			

Najbardziej obrazowe jest przedstawienie wyników przy pomocy wykresu *Pareto efektów standaryzowanych*:



Wyraźne jest rozgraniczenie efektów statystycznie istotnych od nieistotnych, zaznaczone linią odpowiadającą wybranemu poziomowi istotności (tu 5%).

Podsumowując rozważany przykład, można zalecić ustawienie wielkości x_1 w nastawie odpowiadającej wartości unormowanej -1 , natomiast nastawy pozostałych wielkości formalnie są obojętne, gdyż efekty odpowiadające ich zmianom nie są statystycznie istotne. Podchodząc jednak do zagadnienia realistycznie, można zalecić nastawy x_2 , x_3 i x_4 o wartościach odpowiadających odpowiednio wartościom unormowanym -1 , $+1$, $+1$. Układ taki był realizowany w trakcie badań i wydajność osiągnęła wówczas wartość 99.



Podsumowanie

Teoria eksperymentu umożliwia:

- ◆ wyselekcjonowanie wielkości wejściowych w sposób istotny wpływających na kontrolowany proces,
- ◆ szybkie, tanie i wiarygodne zbudowanie odpowiedniego modelu i tworzących go związków matematycznych,
- ◆ określenie wartości wielkości wejściowych realizujących najbardziej pożądaną stan procesu (optymalizacja),
- ◆ określenie wpływu zmienności poszczególnych wielkości wejściowych na zmienność całego procesu – tym samym pozwala to na zidentyfikowanie wrażliwych miejsc procesu i ich wyeliminowanie lub ciągle nadzorowanie.

Teoria eksperymentu pozwala uzyskać powyższe informacje przy krótszym czasie i mniejszych kosztach niż przy zastosowaniu metod tradycyjnych.

Na pytanie postawione w tytule każdy musi odpowiedzieć sobie sam.

Literatura

1. N. R. Draper, H. Smith, *Applied Regression Analysis*, Wiley 1981, ISBN 0-471-2995-5.
2. R. L. Mason, R. F. Gunst, J. L. Hess, *Statistical Design and Analysis of Experiments*, Wiley 1989, ISBN 0-471-85364-X.
3. R. H. Myers, D.C. Montgomery, *Response Surface Methodology, Process and Product Optimization Using Designed Experiments*, Wiley 1995, ISBN 0-471-58100-3.
4. Z. Polański, *Planowanie doświadczeń w technice*, PWN 1984, ISBN 83-01-04507-8.