



WPROWADZENIE DO ANALIZY WARIANCJI

dr Janusz Wątroba, StatSoft Polska Sp. z o.o.

Prezentowany artykuł poświęcony jest wybranym zagadnieniom analizy wariancji (ANOVA). Po przedstawieniu najważniejszych informacji potrzebnych do zrozumienia idei tej metody zaprezentowany zostanie przykład zastosowania dwuczynnikowej analizy wariancji. Wszystkie potrzebne obliczenia oraz wykresy zostały wykonane za pomocą programu *STATISTICA*.

Wprowadzenie

W badaniach mających na celu rozstrzygnięcie zagadnień o charakterze poznawczym oraz dla potrzeb rozwiązywania problemów praktycznych wymienia się zazwyczaj dwie główne empiryczne metody przeprowadzania badań: **obserwację** i **eksperyment (doświadczenie)**. W przypadku obserwacji wiedzę na temat otaczającej nas rzeczywistości czerpiemy zazwyczaj w wyniku przyjęcia zjawiska w takiej postaci, w jakiej się ono w naturalny sposób ujawniło, rejestrując jedynie jego warunki i przebieg. Badacz nie ingeruje zatem w naturalny przebieg danego zjawiska czy też stan badanego obiektu. Z kolei doświadczenie polega na świadomym wywołaniu zjawiska w ściśle określonych warunkach w celu zbadania jego przebiegu. Ponadto w tym przypadku nie tylko wywołane zostaje interesujące badacza zjawisko, lecz przez celową ingerencję badacz zmienia warunki, w jakich zjawisko naturalnie przebiega i świadomie ukierunkowuje zachodzące w nim procesy zgodnie z pewnymi wcześniej przyjętymi przesłankami.

Od samego początku rozwoju dziedziny nazywanej planowaniem doświadczeń (ang. experimental design), który można umiejscawiać w latach dwudziestych i trzydziestych ubiegłego stulecia, łączy ona w sobie elementy pewnej spójnej teorii z bezpośrednią przydatnością praktyczną. Z perspektywy czasu można powiedzieć, że teoria planowania eksperymentu powstała tam, gdzie od samego początku była najbardziej potrzebna, to znaczy w obszarze doświadczeń rolniczych, które miały na celu rozstrzygnięcie problemów związanych z doбором korzystnych odmian lub sposobu uprawy. Z uwagi na długi zazwyczaj okres wegetacji roślin złe zaplanowanie eksperymentu mogło zostać stwierdzone i ewentualnie poprawione dopiero po upływie określonego czasu. Mimo iż prace dotyczące planowania doświadczeń pojawiały się już na początku ubiegłego stulecia, to jednak pierwszeństwo przyznaje się pracom R. A. Fishera, który jest powszechnie uważany za twórcę analizy wariancji.



Przedmiotem zainteresowań doświadczalnictwa są dwa zasadnicze zagadnienia:

- ◆ statystyczne planowanie doświadczeń oraz sposoby pozadoświadczalnego pozyskiwania reprezentatywnych danych o przebiegu zjawisk,
- ◆ opracowywanie metod statystycznych oraz doskonalenie i upowszechnianie ich zastosowań w analizie i interpretacji wyników doświadczalnych i innych wyników reprezentatywnych dla badanej prawidłowości.

Podstawowe pojęcia

Jednostka doświadczalna (eksperymentalna) jest rzeczywistym elementem doświadczenia czynnikowego, do którego odnosimy zastosowanie danego poziomu czynnika, i w stosunku do którego prowadzimy obserwację reagującej na ten poziom czynnika cechy ilościowej. Jednostkami eksperymentalnymi w doświadczalnictwie mogą być indywidualne obiekty (np. w doświadczeniach klinicznych jednostką eksperymentalną jest pacjent, w doświadczeniach zootechnicznych pojedyncze zwierzę, w doświadczeniach inżynierskich pojedyncza maszyna itd.) bądź grupy obiektów (np. w doświadczeniach rolniczych grupa roślin rosnących na poletku doświadczalnym lub w wazonie). Jednostki doświadczalne stanowią elementarne źródła danych pomiarowych. Wynik pomiaru badanej cechy na jednostce doświadczalnej nazywamy obserwacją. Liczbowy materiał doświadczalny charakteryzuje się zmiennością wynikającą z naturalnej zmienności jednostek doświadczalnych. W przypadku cech ilościowych (np. plon nasion, zawartość białka, wydajność maszyny) zakłada się z reguły, że błędy doświadczalne mają rozkład normalny, o wartości średniej równej zero. Założenie to uwarunkowane jest tym, że zazwyczaj błąd doświadczalny powstaje w wyniku sumowania się efektów wielkiej liczby czynników przypadkowych z błędem pomiaru włącznie oraz wynika z przesłanek empirycznych. Jeśli symbolem y_i oznaczmy obserwację badanej cechy obiektu o numerze i to możemy napisać

$$y_i = m + e_i$$

gdzie: m - oznacza średnią w populacji generalnej

e_i - błąd doświadczalny.

Dzięki prawidłowemu zaplanowaniu eksperymentu oraz zachowaniu przez cały czas trwania doświadczenia wymogów metodycznych możemy zminimalizować błąd doświadczalny mierzony wariancją. Im mniejsza jest wariancja, tym precyzyjniejsze będzie wnioskowanie na podstawie danych doświadczalnych. W sytuacji granicznej braku błędów doświadczalnych już jedna obserwacja wystarcza do scharakteryzowania całej populacji generalnej. W przeciwnym przypadku pomiary muszą być powtarzane na różnych jednostkach.

Powtórzeniami (replikacjami) będziemy nazywać kolejne obserwacje dokonywane na różnych jednostkach doświadczalnych w niezmiennych warunkach podlegających kontroli, tzn. tworzących grupę jednorodną. Na przykład oceniając jakość 5 elementów otrzymywanych z danej maszyny, uzyskujemy 5 powtórzeń. Mamy wtedy do czynienia



z jednorodną grupą jednostek doświadczalnych. Powtórzenia umożliwiają ocenę wariancji błędu doświadczalnego.

Czynniki doświadczalne i poziomy czynników. Wartość badanej cechy w każdym doświadczeniu kształtuje się pod wpływem dużej liczby różnorodnych czynników. Część z nich może być kontrolowana przez eksperymentatora, część z nich ma charakter losowy, nie podlegający kontroli. Czynniki losowe są źródłem błędu doświadczalnego, natomiast kontrolowane i poddawane celowej zmienności w sposób zaplanowany noszą nazwę czynników doświadczalnych. Na przykład na plon ziarna roślin zbożowych z poletek doświadczalnych wpływa nierównomierność w zawartości składników pokarmowych w glebie, pewne niewielkie zróżnicowania w składzie mechanicznym, zbitości gleby i inne czynniki o charakterze przypadkowym oraz różne dawki wnoszonego nawozu mineralnego, powiedzmy NPK (azot, fosfor i potas) w doświadczeniu nawozowym. Czynnikiem doświadczalnym jest nawożenie NPK, a dawki NPK są poziomami czynnika doświadczalnego.

Czynnik doświadczalny może być typu ilościowego, jak np. wspomniane wyżej nawożenie nawozami mineralnymi czy nawożenie nawozami organicznymi, gęstość czy też termin siewu. Badając w doświadczeniu różne odmiany roślin danego gatunku czy różne sposoby uprawy itp., mamy do czynienia z czynnikami typu jakościowego, którego poziomami są pewne kategorie, a więc konkretne odmiany czy konkretne sposoby uprawy. Porządek poziomów czynnika jakościowego nie jest istotny.

Oczekiwana zmiana (przyrost lub spadek) wartości badanej cechy, spowodowana stosowaniem danego czynnika doświadczalnego na określonym poziomie względem ogólnej średniej wartości tej cechy w populacji, nazywa się jego efektem. Czynniki badane doświadczalnie oznacza się zwykle dużymi początkowymi literami: A, B, C, ..., natomiast ich poziomy - tymi samymi literami ze wskaźnikiem określającym numer poziomu: A_i , B_j , C_k ,.... Często w danym doświadczeniu bada się równocześnie kilka czynników doświadczalnych. Są to tzw. doświadczenia wieloczynnikowe.

Obiekty doświadczalne. Badając doświadczalnie wpływ jakiegokolwiek czynnika kontrolowanego, poszczególnym jego poziomom przyporządkujemy pewne liczby jednostek doświadczalnych tworzących grupy lub inaczej mówiąc klasy. Materiał doświadczalny uzyskany po przeprowadzeniu doświadczenia podlega więc klasyfikacji według poziomów czynnika badanego na grupy (klasy). Naturalnie wszystkie inne czynniki kontrolowane powinny być wtedy na stałym poziomie. W doświadczeniu wieloczynnikowym każdej jednostce doświadczalnej przyporządkujemy konkretny poziom każdego z badanych czynników. Kombinacje powstałe z połączenia różnych poziomów badanych czynników czy też konkretne poziomy czynnika w doświadczeniu jednoczynnikowym nazywamy obiektami doświadczalnymi. Liczba obiektów badanych w doświadczeniu równa się iloczynowi liczb poziomów czynników doświadczalnych.

Plan (układ, schemat) doświadczalny. Jednym z najważniejszych pojęć w doświadczalnictwie jest pojęcie planu (układu, schematu) doświadczalnego. Oznacza ono sposób rozmieszczenia jednostek doświadczalnych w doświadczeniu i ich przyporządkowanie



poziomom czynnika. Losowe przyporządkowanie jednostek doświadczalnych obiektom doświadczalnym ma zapewnić losowość błędów doświadczalnych.

Logiczne i statystyczne podstawy analizy wariancji

U podstawy sposobu postępowania stosowanego w badaniach naukowych, w odróżnieniu od zdroworozsądkowych uogólnień codziennych obserwacji, leży założenie, że nie wszystko, co jest, jest ważne po trochu, lecz że w rzeczywistości są czynniki główne i uboczne. Jeżeli więc eksperyment ma być naukową metodą rozwiązywania problemów poznawczych i praktycznych, to powinien być tak zaplanowany, by w późniejszej analizie wyników można było określić oddzielnie wpływ każdego z wymienionych czynników na zmienną będącą przedmiotem badania (zmienną zależną). Jeżeli weźmiemy pod uwagę wyniki typowego, dobrze zaplanowanego doświadczenia, to tym, co zwróci naszą uwagę, będzie zróżnicowanie danych liczbowych.

Zróżnicowanie to jest dwojakiego rodzaju:

- ♦ różnice w wynikach występują pomiędzy poszczególnymi grupami porównawczymi (najlepiej odzwierciedlają je różnice między średnimi grupowymi),
- ♦ różnice w wynikach występują wewnątrz grup porównawczych.

W pierwszym przypadku mówimy, że przyczyną jest działający efekt wprowadzonego w doświadczeniu czynnika doświadczalnego, natomiast zróżnicowanie wyników wewnątrz grup porównawczych zostało spowodowane błędami doświadczalnymi.

Podział całkowitej zmienności wyników. Całkowita zmienność wyników doświadczenia oznacza sumę kwadratów odchyłeń poszczególnych wyników od średniej ogólnej.

$$SS_{\text{cała}} = \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^n (y_{ij} - \bar{y})^2$$

Istotą analizy wariancji (ANOVA) jest podział całkowitej zmienności wyników eksperymentu na dwa składniki, odpowiadające zmienności międzygrupowej (spowodowanej oddziaływaniem poziomów czynnika eksperymentalnego) oraz zmienności wewnątrzgrupowej (spowodowanej występowaniem błędu eksperymentalnego). Pierwszy składnik można wyliczyć jako sumę kwadratów odchyłeń średnich grupowych od średniej ogólnej. Nazywamy go międzygrupową sumą kwadratów odchyłeń (ang. sums of squares, $SS_{\text{między}}$).

$$SS_{\text{między}} = n \sum_{i=1}^p (\bar{y}_i - \bar{y})^2$$

Drugi składnik to suma kwadratów odchyłeń poszczególnych pomiarów w grupach od odpowiednich średnich grupowych, czyli wewnątrzgrupowa suma kwadratów odchyłeń albo suma kwadratów odchyłeń wewnątrz grup, lub krótko: wewnątrzgrupowa suma kwadratów (SS_{wewn}). Ponieważ zróżnicowanie wewnątrz grupy jest efektem występowania



błędu eksperymentalnego, więc wewnątrzgrupową sumę kwadratów będziemy także nazywać sumą kwadratów błędu i oznaczać jako $SS_{\text{bład}}$.

$$SS_{\text{wewn}} = \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^n (y_{ij} - \bar{y}_i)^2$$

Z poszczególnymi źródłami zróżnicowania wyników doświadczenia związane są pojęcia liczby stopni swobody (ang. degrees of freedom, df).

Liczby stopni swobody dla poszczególnych źródeł zmienności wyników wynoszą odpowiednio:

$$df_{\text{cała}} = p n - 1$$

$$df_{\text{między}} = p - 1$$

$$df_{\text{wewn}} = p (n-1)$$

W następnym etapie oblicza się tzw. średnie kwadraty odchyłeń (ang. mean square, MS), będące nieobciążonymi ocenami wariancji z próby. Chcąc obliczyć wartość średniego kwadratu dla danego źródła zmienności, dzielimy sumy kwadratów przez odpowiednie liczby stopni swobody.

$$MS_{\text{cała}} = SS_{\text{cała}} / df_{\text{cała}}$$

$$MS_{\text{między}} = SS_{\text{między}} / df_{\text{między}}$$

$$MS_{\text{wewn}} = SS_{\text{wewn}} / df_{\text{wewn}} = SS_{\text{bład}} / df_{\text{bład}}$$

Hipotezy zerowe i alternatywne w ANOVA. ANOVA jednoczynnikowa jest metodą statystyczną, która umożliwia ocenę prawdopodobieństwa tego, że różnice między średnimi wyników p ($p > 2$) grup porównawczych są dziełem przypadku. Tak więc formalnie hipoteza zerowa orzeka, że wartości średnich grupowych p populacji są takie same (równe wartości średniej ogólnej), czyli

$$H_0: m_1 = m_2 = \dots = m_p = m$$

Hipoteza alternatywna H_1 mówi, że w populacji średnie grupowe nie są równe, czyli

$$H_1: \text{nieprawda, że } H_0$$

Miarą rozbieżności między hipotetycznym a rzeczywistym stanem rzeczy (czyli rozbieżności między H_0 a H_1) jest w ANOVA stosunek (iloraz) średnich kwadratów:

$$MS_{\text{między}} / MS_{\text{wewn}}$$



Jeżeli poziomy czynnika głównego nie mają wpływu na pomiary zmiennej zależnej, to iloraz powinien być równy jedności; otrzymanie wartości ilorazu wyższej od jedności, oznaczające, że

$$MS_{\text{między}} > MS_{\text{wewn}}$$

można przypisać wyłącznie działaniu przypadku. Jeżeli jednak poziomy czynnika głównego oddziałują w sposób zróżnicowany na zmienną zależną, czyli inaczej mówiąc jeżeli H_0 jest fałszywa, wówczas powyższy iloraz będzie większy od jedności. O ile większy, to zależy od różnicy między zaobserwowanymi (zmierzonymi) średnimi grupowymi. Interesująca nas miara rozbieżności między stanem rzeczy wynikającym z hipotezy zerowej a stanem rzeczy wynikającym z danych eksperymentalnych, czyli iloraz średnich kwadratów, ma postać statystyki F :

$$F = MS_{\text{między}} / MS_{\text{wewn}}$$

o odpowiednio stopniach swobody $p-1$ i $p(n-1)$.

Założenia analizy wariancji

Rezultaty otrzymane za pomocą testu F Fishera-Snedecora można tylko wówczas sensownie interpretować, gdy materiał eksperymentalny spełnia określone warunki (założenia) jego stosowalności. Warunki te można podzielić na dwie grupy: takie, które mają zastosowanie w przypadku wszystkich rodzajów planów doświadczalnych, oraz te, które muszą być spełnione w przypadku szczegółowych układów. Pierwsze założenie mówi o tym, że zmienna zależna jest wyrażona przynajmniej na skali interwałowej. Ponadto zmienna zależna powinna podlegać rozkładowi normalnemu w obrębie grup. Okazuje się, że test F jest w znacznym stopniu odporny na odchylenia od normalności. Jeśli kurtoza jest większa od 0, wówczas wartość F zmierza do małych wartości i nie możemy odrzucić hipotezy zerowej, nawet jeśli nie jest prawdziwa. Przypadek przeciwny występuje w sytuacji, gdy wartość kurtozy jest mniejsza od 0. Skośność rozkładu zazwyczaj nie ma znacznego wpływu na wartość statystyki F . Jeśli liczebność n na komórkę jest wystarczająco duża, wówczas odchylenia od rozkładu normalnego nie mają w ogóle znaczenia ze względu na centralne twierdzenie graniczne, zgodnie z którym rozkład średnich z próby zmierza do rozkładu normalnego, niezależnie od rozkładu zmiennej w populacji.

Kolejny warunek zakłada, że wariancje w obrębie różnych grup układu są sobie równe; założenie to jest określane jako założenie o jednorodności (homogeniczności) wariancji. Przypomnijmy sobie, że wariancję błędu obliczamy jako sumę kwadratów w obrębie grupy. W przypadku gdy wariancje w dwóch grupach różnią się pomiędzy sobą, wówczas ich dodawanie nie jest właściwe i nie daje oszacowania wspólnej wariancji wewnątrzgrupowej (ponieważ nie istnieje wspólna wariancja). Statystyka F jest w dużym stopniu odporna na naruszenia tego założenia.



Przykład dwuczynnikowej analizy wariancji

Przedstawiany przykład został zaczerpnięty z książki Breyfogle'a [1]. W urządzeniu wystawionym na działanie dużych różnic temperatury ma być stosowana bateria. W trakcie prac przygotowawczych inżynier ma wybrać jeden z trzech rodzajów materiałów, który ma być zastosowany w baterii. W rzeczywistych warunkach pracy urządzenia nie ma możliwości sterowania poziomem temperatury, w której pracuje bateria. Wiadomo jednak, że temperatura ma wpływ na czas pracy baterii. Zadanie inżyniera polega na zbadaniu, który z zastosowanych materiałów jest bardziej odporny na wahania temperatury. Poniżej zamieszczono fragment tabeli zawierającej dane, które zostały zebrane w laboratorium. Zgodnie z wymogami dwuczynnikowego eksperymentu czas pracy baterii mierzono przy różnych rodzajach materiału oraz przy różnych temperaturach. Zbiór danych zawiera ogółem 36 pomiarów (3 rodzaje materiału x 3 poziomy temperatury x 4 powtórzenia).

Dwuczynnikowa analiza wariancji			
	1	2	3
	Rodzaj materiału	Temperatura [F]	Czas pracy [godz.]
1	1	15	130
2	1	15	74
3	1	15	155
4	1	15	180
5	1	70	34
6	1	70	80
7	1	70	40
8	1	70	75
9	1	125	20
10	1	125	82
11	1	125	70
12	1	125	58

Wyniki przeprowadzonej analizy przedstawia poniższa tabela. Na ich podstawie możemy stwierdzić, że pomiędzy badanymi czynnikami głównymi (tzn. rodzajem materiału oraz poziomem temperatury) wystąpił efekt interakcji. Świadczy o tym poziom prawdopodobieństwa testowego, który dla interakcji wyniósł 0,019 (a więc był zdecydowanie niższy od domyślnej wartości poziomu istotności – 0,05). Także efekt obu czynników głównych okazał się istotny statystycznie (poziom prawdopodobieństwa testowego też był zdecydowanie niższy od 0,05).

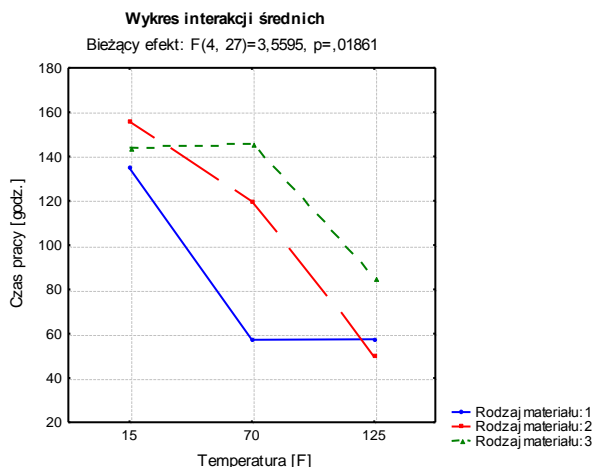
Wyniki jednowymiarowe dla każdej ZZ (Anova)					
Parametryzacja z sigma-ograniczeniami					
Dekompozycja efektywnych hipotez					
Efekt	Stopnie Swobody	Czas pracy [godz.] SS	Czas pracy [godz.] MS	Czas pracy [godz.] F	Czas pracy [godz.] p
Wyraz wolny	1	400900,0	400900,0	593,7386	0,000000
Rodzaj materiału	2	10683,7	5341,9	7,9114	0,001976
Temperatura [F]	2	39118,7	19559,4	28,9677	0,000000
Rodzaj materiału*Temperatura [F]	4	9613,8	2403,4	3,5595	0,018611
Błąd	27	18230,7	675,2		
Ogółem	35	77647,0			



W kolejnej tabeli podano wartości średnich obliczonych dla poszczególnych kombinacji obydwu czynników głównych oraz przedziały ufności dla średnich.

Dane: Rodzaj materiału*Temperatura [F]; Oczekiwane średnie brzegowe (Anova)*							
Rodzaj materiału*Temperatura [F]; Oczekiwane średnie brzegowe (Anova)							
Bieżący efekt: F(4, 27)=3,5595, p=,01861							
Dekompozycja efektywnych hipotez							
Nr podkl.	Rodzaj materiału	Temperatura [F]	Czas pracy [godz.] Średnia	Czas pracy [godz.] Bł. Std.	Czas pracy [godz.] -95,00%	Czas pracy [godz.] +95,00%	N
1	1	15	134,7500	12,99243	108,0917	161,4083	4
2	1	70	57,2500	12,99243	30,5917	83,9083	4
3	1	125	57,5000	12,99243	30,8417	84,1583	4
4	2	15	155,7500	12,99243	129,0917	182,4083	4
5	2	70	119,7500	12,99243	93,0917	146,4083	4
6	2	125	49,5000	12,99243	22,8417	76,1583	4
7	3	15	144,0000	12,99243	117,3417	170,6583	4
8	3	70	145,7500	12,99243	119,0917	172,4083	4
9	3	125	85,5000	12,99243	58,8417	112,1583	4

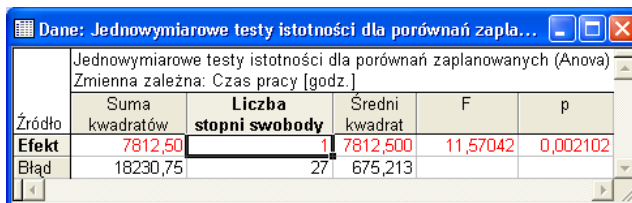
Obliczone średnie zostały również przedstawione graficznie na wykresie interakcji.



Wykres tego typu jest bardzo pomocny przy ocenie wyników eksperymentu. Istotność efektu interakcji przejawia się na wykresie nierównoległością przebiegu linii łączących średnie dla poziomów czynnika *Rodzaj materiału*. Na podstawie wykresu możemy stwierdzić, że wraz ze wzrostem temperatury następuje spadek czasu pracy baterii, w zasadzie niezależnie od rodzaju materiału. Jeśliby brać pod uwagę spadek przeciętnego czasu pracy baterii przy jednocześnie wzrastającej temperaturze, to najlepszym materiałem okazuje się materiał 3.

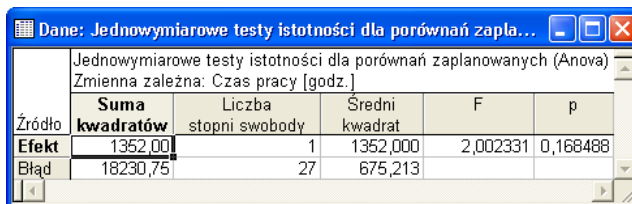
W przypadku występowania różnic średnich „w pionie” lub „w poziomie” może być rzeczą wskazaną ocena ich istotności. Analiza taka pozwala stwierdzić występowanie różnic, jakkolwiek jednocześnie zacierają się efekty interakcji. Aby rozwiązać tę sytuację, możemy przeprowadzić testowanie różnic jednocześnie tylko na jednym poziomie danego czynnika. Do tego celu zastosujemy strategię porównań zaplanowanych. W pierwszej kolejności

ocenimy istotność różnicy pomiędzy średnimi dla materiałów 1 i 2 przy poziomie temperatury ustalonym na 70° F. Wyniki testowania przedstawia poniższy zrzut. Jak widać, testowana różnica okazała się statystycznie istotna ($p < 0,01$).



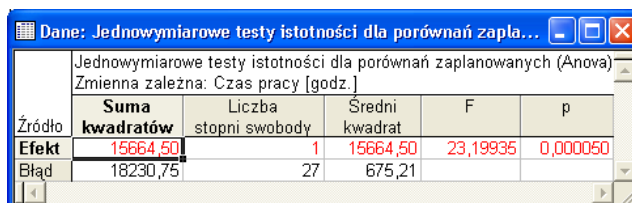
Dane: Jednowymiarowe testy istotności dla porównań zapla...					
Jednowymiarowe testy istotności dla porównań zaplanowanych (Anova)					
Zmienna zależna: Czas pracy [godz.]					
Źródło	Suma kwadratów	Liczba stopni swobody	Średni kwadrat	F	p
Efekt	7812,50	1	7812,500	11,57042	0,002102
Błąd	18230,75	27	675,213		

Jako następną ocenimy różnicę pomiędzy średnimi dla materiałów 2 i 3, podobnie jak poprzednio przy poziomie temperatury ustalonym na 70° F. Poniżej zamieszczono odpowiednią tabelę analizy wariancji. Tym razem różnica nie jest istotna ($p > 0,05$).



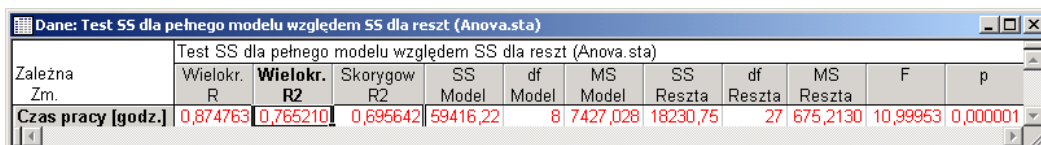
Dane: Jednowymiarowe testy istotności dla porównań zapla...					
Jednowymiarowe testy istotności dla porównań zaplanowanych (Anova)					
Zmienna zależna: Czas pracy [godz.]					
Źródło	Suma kwadratów	Liczba stopni swobody	Średni kwadrat	F	p
Efekt	1352,00	1	1352,000	2,002331	0,168488
Błąd	18230,75	27	675,213		

Jako trzecią ocenimy różnicę pomiędzy średnimi dla materiałów 1 i 3 przy poziomie temperatury ustalonym na 70° F. Wyniki testowania przedstawia poniższy rysunek. Tym razem testowana różnica okazała się statystycznie istotna ($p < 0,01$).



Dane: Jednowymiarowe testy istotności dla porównań zapla...					
Jednowymiarowe testy istotności dla porównań zaplanowanych (Anova)					
Zmienna zależna: Czas pracy [godz.]					
Źródło	Suma kwadratów	Liczba stopni swobody	Średni kwadrat	F	p
Efekt	15664,50	1	15664,50	23,19935	0,000050
Błąd	18230,75	27	675,21		

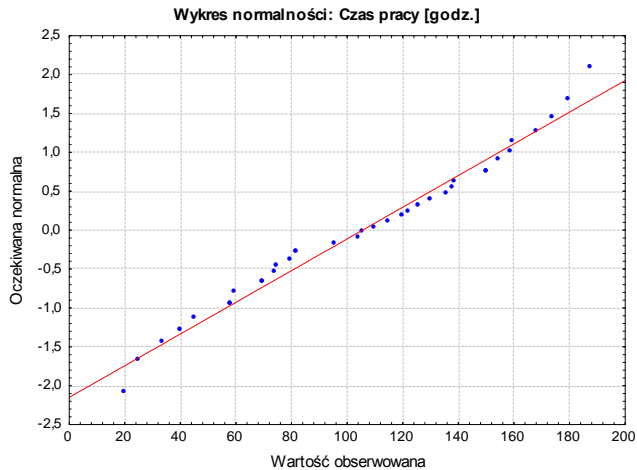
Następną obliczoną wielkością będzie współczynnik determinacji (R^2), który pozwala ocenić odsetek zmienności czasu pracy baterii wyjaśniany przez czynnik temperatury, rodzaju materiału i ich interakcji. Na podstawie zamieszczonych poniżej wyników możemy stwierdzić, że blisko 77% zmienności jest wyjaśnianych za pomocą analizowanego przez nas modelu czynnikowego.



Dane: Test SS dla pełnego modelu względem SS dla reszt (Anova.sta)											
Test SS dla pełnego modelu względem SS dla reszt (Anova.sta)											
Zależna Zm.	Wielokr. R	Wielokr. R2	Skorygow R2	SS Model	df Model	MS Model	SS Reszta	df Reszta	MS Reszta	F	p
Czas pracy [godz.]	0,874763	0,765210	0,695642	59416,22	8	7427,028	18230,75	27	675,2130	10,99953	0,000001

Przed wyciągnięciem wniosków na temat modelu powinniśmy sprawdzić spełnienie założeń analizy wariancji. Jednym z ważniejszych założeń jest założenie normalności.

Ocenimy je za pomocą zamieszczonego poniżej wykresu normalności. Jego wygląd sugeruje, że założenie to jest spełnione, gdyż punkty symbolizujące obserwacje układają się wzdłuż odpowiednio wykreślonej prostej.



Drugim sprawdzanym przez nas założeniem jest założenie o jednorodności wariancji. Na podstawie przytoczonych poniżej wyników testu Hartleya, Bartletta i Cochraha możemy stwierdzić, że jest ono także spełnione (poziom prawdopodobieństwa testowego (0,73) pozwala na utrzymanie prawdziwości założenia o jednorodności wariancji).

Dane: Testy jednorodności wariancji (Anova.sta)					
Testy jednorodności wariancji (Anova.sta)					
Efekt: "Rodzaj materiału""Temperatura [F]"					
	Hartleya	Cochrana	Bartlett	df	p
	F-max	C	Chi-kw.		
Czas pracy [godz.]	12,83567	0,338480	5,235359	8	0,732150

Podsumowanie

Eksperymenty dwuczynnikowe oferują znacznie więcej informacji niż eksperymenty jednoczynnikowe. Mogą być one odpowiednie dla wielu rzeczywistych sytuacji. Możemy w nich uzyskać ocenę interakcji zachodzących pomiędzy analizowanymi czynnikami, co może być bardzo korzystne zarówno w przypadku analizy procesów produkcyjnych, jak i biznesowych. Jednakże w niektórych sytuacjach taki eksperyment może być bardzo kosztowny, gdyż może wymagać dużej ilości prób, przy jednoczesnym pomijaniu innych czynników, które istotnie wpływają na badany proces. W takich sytuacjach normalnym podejściem jest ustalenie poziomu innych, nie branych pod uwagę czynników lub pozostawienie ich naturalnej zmienności.

Przed przeprowadzeniem dwuczynnikowego eksperymentu dobrze jest gruntownie rozważyć cele doświadczenia i wszystkie ważne aspekty analizowanej sytuacji. Dobrym rozwią-



zaniem jest rozważenie całej sytuacji w grupie ekspertów. Po dokładnym zdefiniowaniu problemu należy wtedy określić listę najważniejszych czynników wpływających na proces, a następnie ustalić ich przypuszczalną hierarchię. Z kolei po ustaleniu technicznych i finansowych ograniczeń eksperymentu można zaplanować eksperyment z kontrolą jak najmniejszej liczby czynników.

W przypadku występowania większej liczby potencjalnych czynników wpływających na proces lepszym podejściem może być zastosowanie metod planowania doświadczeń (DOE).

Literatura

1. Breyfogle III F. W., 1999, Implementing Six Sigma. Smarter Solutions Using Statistical Methods. John Wiley & Sons, Inc.
2. Czermiński J. B., Iwasiewicz A., Paszek Z., Sikorski A., 1992, Metody statystyczne dla chemików, wyd. II, PWN Warszawa.
3. Montgomery D. C., 1997, Introduction to Statistical Quality Control, wyd. III, John Wiley & Sons, Inc.