



ANALIZA SYSTEMU POMIAROWEGO (MSA)

dr inż. Tomasz Greber, Politechnika Wroclawska, Instytut Organizacji i Zarządzania

Wprowadzenie

Jakość systemu pomiarowego rzutuje w bezpośredni sposób na jakość otrzymanych wyników badań, a tym samym na jakość analiz, które na podstawie tych danych są przeprowadzane.

Bardzo ogólnie mówiąc, „dobry” system pomiarowy to taki, przy którym kilkanaście kolejnych pomiarów tego samego przedmiotu daje wyniki identyczne lub bardzo do siebie zbliżone.

Do opisywania jakości systemu pomiarowego używa się najczęściej takich wielkości statystycznych jak:

- ◆ dokładność – przedstawia położenie danych w odniesieniu do wartości nominalnej, rzeczywistej,
- ◆ wariancja (zmiennosc) – pokazuje rozpiętość danych.

Częstą przyczyną niskiej jakości danych jest duża wariancja wyników pomiarów. Zazwyczaj powodem takiego stanu rzeczy jest brak odporności układu pomiarowego na zmiany zachodzące w jego otoczeniu (np. wilgotnościomierz jest bardzo czuły na zmiany temperatury, przez co może zniekształcać dokonywane pomiary). Im wpływ warunków otoczenia na wynik pomiaru jest większy, tym mniej użyteczne stają się zebrane w taki sposób dane.

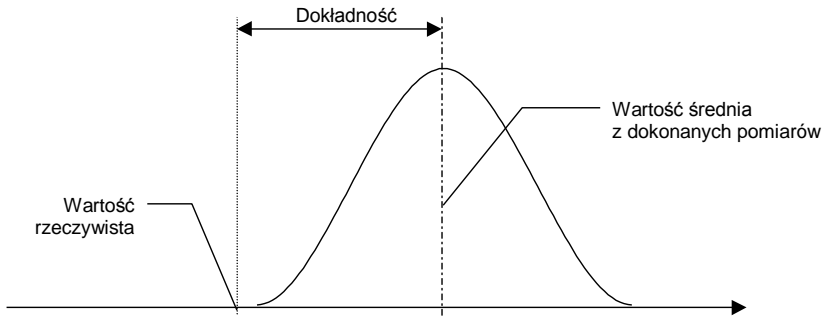
Błędy systemu pomiarowego można opisywać w pięciu kategoriach:

- ◆ dokładność,
- ◆ powtarzalność,
- ◆ odtwarzalność,
- ◆ stabilność,
- ◆ liniowość.

Badania systemu pomiarowego powinny określić wartości tych błędów (wariancji).

Dokładność

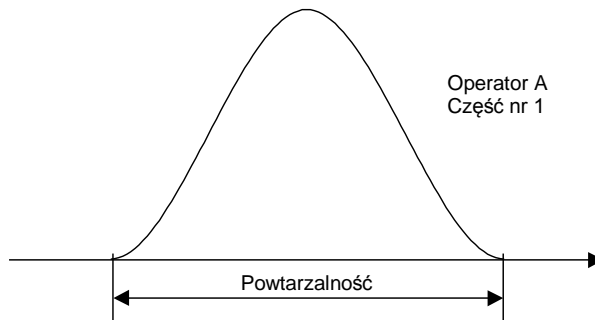
Dokładność (ang. *bias*) jest to odchylenie wartości średniej z pomiarów od faktycznej wielkości mierzonej właściwości. Schematycznie przedstawiono to na rys. 1.



Rys. 1. Dokładność pomiarów; źródło: [1].

Powtarzalność

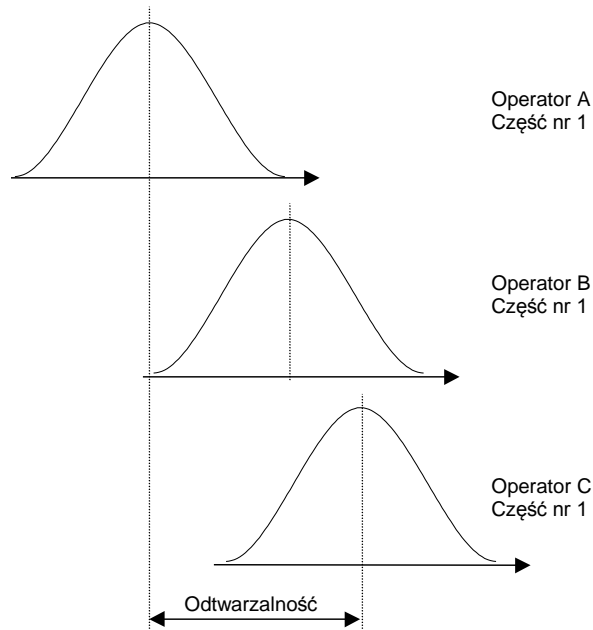
Powtarzalność (ang. *repeatability*) jest to wariancja, zmienność wyników pomiarów uzyskanych przy mierzeniu przez danego operatora jednej, tej samej części kilkanaście razy w tych samych warunkach pomiarowych. Schematycznie przedstawiono to na rys. 2.



Rys. 2. Powtarzalność pomiarów; źródło: [1].

Odtwarzalność

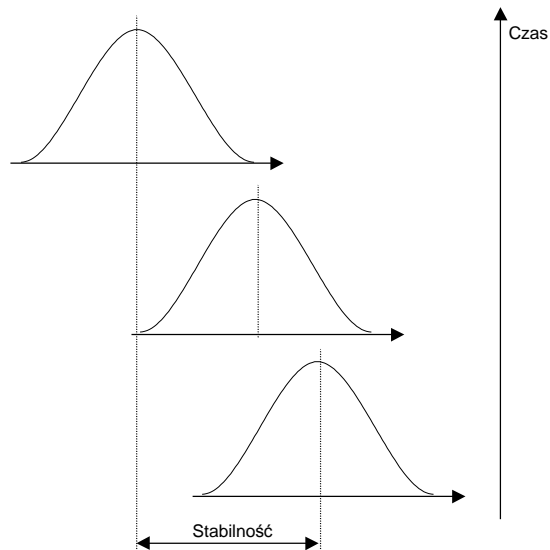
Odtwarzalność (ang. *reproducibility*) jest to zmienność występująca pomiędzy wartościami średnimi z pomiarów dokonywanych przez różnych operatorów, podczas mierzenia tym samym przyrządem tej samej części. Schematycznie przedstawiono to na rys. 3.



Rys. 3. Odtwarzalność pomiarów; źródło: [1].

Stabilność

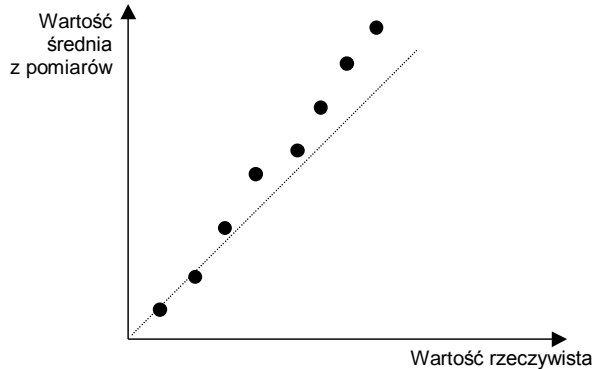
Stabilność (ang. *stability*) jest to całkowita zmienność, otrzymywana podczas dokonywania pomiarów danej właściwości przez dłuższy czas. Schematycznie przedstawiono to na rys. 4.



Rys. 4. Stabilność pomiarów, źródło: [1].

Liniowość

Liniowość (ang. *linearity*) jest to zmienność dokładności pomiaru określana w odniesieniu do wielkości pomiaru (np. im większy wymiar do zmierzenia, tym mniejsza jest dokładność takiego pomiaru). Schematycznie przedstawiono to na rys. 5.



Rys. 5. Liniowość pomiarów; źródło: [1].

Analiza systemu pomiarowego metodą R&R

Coraz częściej stosowaną metodą oceny przydatności systemów pomiarowych do wykonywania określonych zadań pomiarowych stanowi analiza powtarzalności i odtwarzalności pomiarów R&R (ang. *Repeatability and Reproducibility Study*) [2]. Zostanie ona opisana w dalszej części artykułu.

Załóżmy, że przeprowadzono badania, podczas których dwóch operatorów mierzyło w dwóch próbach cztery części. Uzyskane wyniki przedstawiono w tabeli 1.

Tabela 1. Wyniki pomiarów.

		Część 1	Część 2	Część 3	Część 4
Operator 1	Próba 1	312	314	312	315
	Próba 2	311	316	313	320
Operator 2	Próba 1	313	315	313	316
	Próba 2	313	316	311	317

Analiza polega na określeniu powtarzalności i odtwarzalności.

Powtarzalność

W celu obliczenia powtarzalności należy obliczyć wartość średnią dla rozstępów w pomiarach dokonanych przez kolejnych operatorów dla kolejnych części. W analizowanym przykładzie jest to razem 8 rozstępów (4 części * 2 operatorów).



$$\bar{R} = \frac{1+2+1+5+0+1+2+1}{8} = \frac{13}{8} = 1,625$$

Estymowane odchylenie standardowe wynosi więc:

$$\sigma_e = \frac{\bar{R}}{d_2^*} = \frac{1,625}{1,17} = 1,39$$

gdzie d_2^* jest dobrane dla $m=2$ powtórzeń pomiarów i $g=8$ (liczba części * liczba operatorów).

Powtarzalność wynosi więc:

$$EV = 5,15 \cdot \sigma_e = 5,15 \cdot 1,39 = 7,16$$

Odtwarzalność

Średnia dla operatora 1 wynosi 314,125 dla operatora 2 równa jest 314,25. Rozstęp wynosi więc:

$$R_o = 315,25 - 314,125 = 0,125$$

Estymowane odchylenie standardowe wynosi więc:

$$\sigma_o = \frac{R_o}{d_2^*} = \frac{0,125}{1,41} = 0,09$$

gdzie d_2^* jest dobrane dla $m=2$ operatorów i $g=1$.

Odtwarzalność wynosi więc:

$$AV = 5,15 \cdot \sigma_o = 5,15 \cdot 0,09 = 0,46$$

Ponieważ ten estymator jest obciążony zmiennością przyrządu pomiarowego, od otrzymanej wartości odtwarzalności musi być odjęta część powtarzalności (poprawka AIAG). Odtwarzalność wynosi więc:

$$\sqrt{(5,15 \cdot \sigma_o)^2 - \left[\frac{(EV)^2}{n \cdot r} \right]}$$

gdzie:

n – liczba mierzonych części,

r – liczba powtórzeń.



W analizowanym przykładzie odtwarzalność wyniesie więc:

$$\sqrt{\left[5,15 \cdot \frac{R_o}{d_2^*}\right]^2 - \left[\frac{(5,15 \cdot \sigma_e)^2}{n \cdot r}\right]} = \sqrt{[0,46]^2 - \left[\frac{(5,15 \cdot 1,39)^2}{4 \cdot 2}\right]} = \sqrt{0,2116 - 6,4082}$$

Poprawiona odtwarzalność wynosi więc 0.

Zmienność dla części (zakres procesu)

Żeby obliczyć zmienność dla części należy obliczyć wartości średnie pomiarów dla poszczególnych części.

Dla obliczonych średnich rozstęp R_p wynosi:

$$R_p = 317 - 312,25 = 4,75$$

Z rozstępu estymuje się odchylenie standardowe dla części:

$$\sigma_p = \frac{R_p}{d_2^*} = \frac{4,75}{2,24} = 2,12$$

gdzie d_2^* jest dobrane dla $m=5$ części i $g=1$.

Z tego PV (zmienność części):

$$PV = 5,15 \cdot \sigma_p = 5,15 \cdot 2,12 = 10,92$$

Odchylenie standardowe dla systemu pomiarowego ($R\&R$) wynosi:

$$\sigma_m = \sqrt{\sigma_e^2 + \sigma_o^2} = \sqrt{1,39^2 + 0,09^2} = 1,39$$

Powiązanie $R\&R$ wynosi:

$$R \& R = 5,15 \cdot \sigma_m = 5,15 \cdot 1,39 = 7,16$$

Ogólna zmienność procesu wynosi:

$$\sigma_t = \sqrt{\sigma_p^2 + \sigma_m^2} = \sqrt{2,12^2 + 1,39^2} = 2,53$$

Z tego TV (całkowita zmienność):

$$TV = 5,15 \cdot \sigma_p = 5,15 \cdot 2,53 = 13,05$$

Procent z $R\&R$:

$$\%R \& R = \frac{R \& R}{TV} \cdot 100 = \frac{7,16}{13,05} \cdot 100 = 54,86$$



W tabeli 2 podane są wartości współczynnika d_2^* .

Tabela 2. Wartości d_2^* .

		m										
		2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
g	1	1,41	1,91	2,24	2,48	2,67	2,83	2,96	3,08	3,18	3,27	3,35
	2	1,28	1,81	2,15	2,40	2,60	2,77	2,91	3,02	3,13	3,22	3,30
	3	1,23	1,77	2,12	2,38	2,58	2,75	2,89	3,01	3,11	3,21	3,29
	4	1,21	1,75	2,11	2,37	2,57	2,74	2,88	3,00	3,10	3,20	3,28
	5	1,19	1,74	2,10	2,36	2,56	2,73	2,87	2,99	3,10	3,19	3,28
	6	1,18	1,73	2,09	2,35	2,56	2,73	2,87	2,99	3,10	3,19	3,27
	7	1,17	1,73	2,09	2,35	2,55	2,72	2,87	2,99	3,10	3,19	3,27
	8	1,17	1,72	2,08	2,35	2,55	2,72	2,87	2,98	3,09	3,19	3,27
	9	1,16	1,72	2,08	2,34	2,55	2,72	2,86	2,98	3,09	3,18	3,27
	10	1,16	1,72	2,08	2,34	2,55	2,72	2,86	2,98	3,09	3,18	3,27
	11	1,16	1,71	2,08	2,34	2,55	2,72	2,86	2,98	3,09	3,18	3,27
	12	1,15	1,71	2,07	2,34	2,55	2,72	2,85	2,98	3,09	3,18	3,27
	13	1,15	1,71	2,07	2,34	2,55	2,72	2,85	2,98	3,09	3,18	3,27
	14	1,15	1,71	2,07	2,34	2,54	2,71	2,85	2,98	3,08	3,18	3,27
	15	1,15	1,71	2,07	2,34	2,54	2,71	2,85	2,98	3,08	3,18	3,26
	>15	1,128	1,693	2,059	2,326	2,534	2,704	2,847	2,970	3,078	3,173	3,258

Źródło: [1]

Analiza wyników

Wyniki analizy R&R zapisuje się w różny sposób, a jednym z wygodniejszych jest zebranie wszystkich obliczonych wartości w zbiorczej tabeli (tabela 3).

Tabela 3. Wyniki analizy R&R

	Jednost. pomiaru	Procent zmienności
Powtarzalność	7,16	54,86
Odtwarzalność	0,46 (0) ¹	3,52 (0) ³
R&R	7,16	54,86
Zmienność części	10,92	83,68
Ogólna zmienność	13,05	100,00

Źródło: opracowanie własne.

¹ W nawiasie podano wartość z uwzględnieniem poprawki AIAG.



Taki sposób zapisu wyników umożliwia bezpośrednie odniesienie zmienności R&R do jej składowych, czyli powtarzalności i odtwarzalności. Pozwala to na wyciągnięcie pierwszych wniosków o sprawności badanego systemu pomiarowego.

Prostą oceną systemu pomiarowego jest sprawdzenie wartości %R&R, gdy jest ona:

- ♦ mniejsza niż 10% - system jest do zaakceptowania,
- ♦ 10%-30% - system może być zaakceptowany warunkowo,
- ♦ powyżej 30% - system pomiarowy nie do zaakceptowania, konieczne jest udoskonalenie.

W rozważanym przykładzie %R&R wynosi ponad 54%, system pomiarowy nie może więc być zaakceptowany.

Podsumowanie

W ostatnich latach w zarządzaniu organizacjami coraz większą rolę zaczynają odgrywać pomiary. W systemach zarządzania opisanych w ISO 9001: 2000, TS/ISO 16949 czy QS 9000 wiele miejsca poświęcone jest na wymagania związane ze zbieraniem danych o produkowanych wyrobach i analizie na ich podstawie zachowania się realizowanych procesów. Samo jednak zbieranie i analizowanie danych nie wystarczy. Trzeba mieć pewność, że dane, które są efektem pomiarów, są wiarygodne.

Chcąc zapewnić sobie i klientów organizacji o sprawności systemu pomiarowego można wykorzystać wiele metod. W tym opracowaniu przedstawiono stosunkowo popularną metodę R&R, która nie jest ani najprostszą, ani najbardziej skomplikowaną metodą analizy wiarygodności pomiarów. Można tu wykorzystać wiele innych metod: od prostych – opartych na rozstępach i powtarzaniu pomiarów, przez obliczanie wskaźników zdolności przyrządów pomiarowych C_g i C_{gk} , po stosunkowo skomplikowane metody oparte na analizie wariacji ANOVA. Wszystko zależy oczywiście od potrzeb konkretnej organizacji.

Literatura

1. Chrysler, Ford, General Motors, *Measurements Systems Analysis*, (2d ed.), Southfield, MI, Automotive Industry Action Group, March 1998.
2. Gawlik J., Rewilak J., *Dobór i ocena zdolności wyposażenia pomiarowego w przemyśle maszynowym*, Metrologia w systemach jakości – 3, VI Sympozjum Klubu Polskie Forum ISO 9000, Kielce 2000 r., s. 101.